INSTRUCTION

SUR

LA RÈGLE A CALCUL

COMPRENANT

LA THÉORIE DE L'INSTRUMENT
ET SON APPLICATION AUX CALCULS SUR LES NOMBRES
LA TRIGONOMÉTRIE & LES LEVÉS AU TACHEOMÈTRE

PAR

S. BOSRAMIER
CONDUCTEUR PRINCIPAL DES PONTS ET CHAUSSÉES

EXTRAIT DE LA REVUE PRATIQUE DES TRAVAUX PUBLICS
N° 1. 1893.

PARIS
TAVERNIER-GRAVET, CONSTRUCTEUR D'INSTRUMENTS DE PRÉCISION
10, RUE MAYET, 10

1893

l'usage, est caractérisé par l'identité des échelles doubles du corps de la règle, et par l'emploi, sur le tiroir, d'échelles simples occupant, pour chaque échelle spéciale, la demi-longueur du tiroir.

L'instruction sur l'usage de l'instrument contient l'indication des manœuvres à faire pour résoudre les principales opérations que la règle donne d'un seul coup, et les exemples nécessaires pour comprendre les explications, une règle à la main.

Nous nous sommes attaché particulièrement à donner un procédé très simple et très sûr pour lever la difficulté qu'on rencontre souvent dans les applications, et qui consiste à trouver la position de la virgule dans le résultat d'une opération.

La nouvelle règle n'exige pas de curseur; mais l'emploi de cet accessoire facilite les calculs et en augmente l'exactitude.

La maison Tavernier-Gravet, 19, rue Mayet, à Paris, construit ces instruments avec le soin et la précision qui distinguent les produits de ses ateliers. Elle construit aussi, avec les mêmes dispositions, une règle de poche pour tachéomètre, de $0^m,25$ de longueur, très utile sur le terrain et donnant, grâce au curseur transparent dont elle est pourvue, la même approximation que les règles de $0^m,40$ sans curseur.

Instruction sur l'emploi de la règle à calcul.

1. Description et graduation. — L'instrument est formé d'une règle principale portant une rainure longitudinale dans laquelle une réglette ou *tiroir* glisse à frottement doux, en affleurant la face de la règle.

Chaque rive de la rainure porte deux échelles identiques disposées bout à bout, et divisées, à partir de l'origine 1, proportionnellement aux *mantisses* ou parties décimales des logarithmes, pour les nombres variant de 0,02 en 0,02 entre 1 et 2, de 0,05 en 0,05 entre 2 et 5 et de 0,1 en 0,1 entre 5 et la fin de l'échelle.

Le tiroir est divisé, dans sa longueur, en deux parties égales. La partie à gauche porte, sur le bord supérieur, une échelle des nombres marqués *n*, identique à celles de la règle, et sur le bord inférieur une échelle marquée ≈, semblable à la précédente, mais renversée, c'est-à-dire que son origine est au milieu du tiroir et qu'elle progresse de droite à gauche, pendant que les autres échelles progressent toutes de gauche à droite.

La deuxième moitié du tiroir marquée R, porte encore une graduation

proportionnelle aux logarithmes des nombres; mais ces logarithmes sont rapportés à une échelle double de celle qui a servi pour la graduation de la règle, c'est-à-dire que le logarithme d'un nombre occupe sur cette partie du tiroir une longueur double de celle qui lui correspond sur la règle. Il en résulte que cette échelle embrasse les deux bords du tiroir. Elle comprend, sur le bord supérieur, les nombres de 1 à $3,162=\sqrt{10}$, avec amorce jusqu'à 3,2, et, sur le bord inférieur, les nombres de 3,162 à 10. Les dimensions de cette échelle ont permis d'y tracer les subdivisions de 0,01 en 0,01 entre 1 et 2, de 0,02 en 0,02 entre 2 et 4 et de 0,05 en 0,05 entre 4 et la fin de l'échelle.

Les échelles que nous venons de décrire constituent la règle proprement dite pour le calcul des nombres; mais l'instrument porte encore, sur le revers du tiroir, diverses échelles dont nous indiquerons plus loin la graduation et l'usage.

Les divisions en millimètres du biseau et du fond de la rainure, de même que le tableau collé sous la règle, n'ont pas besoin d'explication.

2. Lecture des échelles. — 1° *Echelles de la règle*. — Les chiffres gravés sur la règle et le mode de groupement des subdivisions permettent de lire facilement un nombre quelconque en remarquant :

1° Que le chiffre 1 qui commence une échelle peut représenter indifféremment 1, 10, 100, ..., 0,1, 0,01, ..., c'est-à-dire l'unité d'un ordre quelconque;

2° Que le chiffre 1, qui commence l'échelle de gauche, représentant l'unité d'un certain ordre, 10, par exemple, tous les chiffres de cette échelle représenteront des unités de cet ordre, c'est-à-dire 20, 30, 40, ..., et les chiffres de l'échelle suivante des unités de l'ordre immédiatement supérieur, c'est-à-dire, 100, 200, 300, ...

Le chiffre 1 qui *commence* une échelle est son *indicateur*; celui qui la finit est l'indicateur de l'échelle suivante, et *fait partie de cette dernière échelle*.

Lorsqu'un nombre tel que 5,17, par exemple, tombe entre deux nombres marqués sur la règle 5,1 et 5,2, on apprécie à vue la position du troisième chiffre en prenant les sept dixièmes de l'intervalle compris entre 5,1 et 5,2. La pratique de l'instrument permet de faire rapidement cette subdivision, et l'emploi d'un curseur la rend à la fois plus précise, plus sûre et moins fatigante.

2° *Echelles du tiroir*. — L'échelle *n*, du bord supérieur à gauche, se lit comme les échelles de la règle dont elle est la reproduction. L'échelle ≈ du bord inférieur se lit aussi de la même manière, en observant qu'elle commence au milieu du tiroir et qu'elle progresse de droite à gauche. Enfin l'échelle R se lit comme les échelles de la règle, en tenant compte, bien entendu, du mode de groupement des subdivisions et en remarquant que cette échelle commence au milieu du tiroir sur le bord supérieur et qu'elle se replie sur le bord inférieur en partant encore du milieu du tiroir, avec le nombre $3{,}162 = \sqrt{10}$, à l'origine.

3. Théorie de la règle a calcul. — On dit que le tiroir de la règle est *fermé* quand ses indicateurs correspondent avec ceux de la règle. Il est *ouvert* dans le cas contraire.

Quelle que soit la position que le tiroir occupe dans la rainure, si l'on désigne :

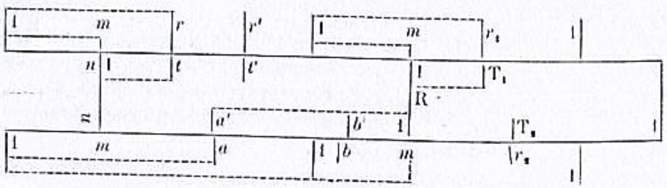
1° Par r et r' deux nombres *des échelles de la règle* et par t et t' les nombres qui leur correspondent *sur l'échelle n du tiroir;*

2° Par a et b deux nombres *des échelles de la règle*, et par a' et b' les nombres qui leur correspondent *sur l'échelle ≈ du tiroir*; (1)

3° Par r_1 et r_2 deux nombres *des échelles de la règle* et par T_1 et T_2 les nombres qui leur correspondent *sur l'échelle* R *du tiroir*, on aura les relations :

$$(n)\quad \frac{r}{t}=\frac{r'}{t'},\qquad (\approx)\quad aa'=bb',\qquad (\mathrm{R})\quad \frac{r_1}{T_1^2}=\frac{r_2}{T_2^2}.$$

Représentons par deux traits parallèles les bords de la rainure et par le chiffre 1, les indicateurs de la règle et du tiroir; les conditions de l'énoncé seront indiquées par le diagramme général ci-dessous :



1° *Échelles de la règle et échelle n du tiroir.* — Puisque les nombres r et t, r' et t' correspondent, on a évidemment, en désignant par m le nombre qui correspond à l'indicateur du tiroir :

Longueur $1r$ — longueur $1t$ = longueur $1m$; de même $1r' - 1t' = 1m$.
Mais $1r = \log r$, $1t = \log t$, $1m = \log m$, etc...,
donc, $\log r - \log t = \log m$, $\log r' - \log t' = \log m$;

donc, enfin $\frac{r}{t}=\frac{r'}{t'}=\frac{m}{1}$

2° *Échelles de la règle et échelle ≈ du tiroir.* — Nous avons de même

(1) Nous désignons par la même lettre les nombres de la règle et de l'échelle ≈ qui se correspondent, parce qu'on peut les prendre indifféremment l'un pour l'autre.

$1a + a'1 = 1m$, $1b + b'1 = 1m$, et, en remplaçant les longueurs par les logarithmes qu'elles représentent, $\log a + \log a' = \log m$, $\log b + \log b' = \log m$;
donc $aa' = bb' = m \times 1$.

3° *Échelles de la règle et échelle* R *du tiroir.* — On a encore $1r_1 - 1T_1 = 1m$; $1r_2 - 1T_2 = 1m$; mais $1T_1$ représente, à l'échelle de la règle, $2 \log T_1$, et $1T_2$, $2 \log T_2$; donc $\log r_1 - 2 \log T_1 = \log m$, $\log r_2 - 2 \log T_2 = \log m$;

donc enfin $\frac{r_1}{T_1^2}=\frac{r_2}{T_2^2}=\frac{m}{1}$, ou $\frac{\sqrt{r_1}}{T_1}=\frac{\sqrt{r_2}}{T_2}=\frac{\sqrt{m}}{1}$, en prenant les racines carrées de tous les termes.

En réunissant les égalités précédentes, on a, à cause du terme commun m,

$$\frac{r}{t}=\frac{r'}{t'}=aa'=bb'=\frac{r_1}{T_1^2}=\frac{r_2}{T_2^2}=\frac{m}{1}.\qquad (A)$$

En comparant deux à deux les membres des égalités (A), on aura entre les échelles de la règle et celles du tiroir les relations

(n) $\frac{r}{t}=\frac{r'}{t'}$, avec l'échelle n du tiroir,

$(\approx)$ $aa'=bb'$, avec l'échelle ≈,

$(n, \approx)$ $aa'=\frac{r}{t}$, avec les échelles n et ≈,

(R) $\frac{r_1}{T_1^2}=\frac{r_2}{T_2^2}$, avec l'échelle R,

(n,R) $\frac{r}{t}=\frac{r_1}{T_1^2}$, avec les échelles n et R,

$(\approx,\mathrm{R})$ $aa'=\frac{r_1}{T_1^2}$, avec les échelles ≈ et R.

Si, dans ces relations, on prend pour inconnue une des quantités connaissant les trois autres, on aura toutes les opérations que la règle à calcul permet d'effectuer par un seul déplacement du tiroir dans sa rainure.

Ces opérations sont nombreuses; mais on peut les ramener à deux catégories, savoir :

1° L'inconnue est exprimée par des nombres simples, c'est-à-dire au premier degré;

2° Elle contient des nombres simples avec des carrés ou des racines carrées.

Dans le premier cas, les calculs se font avec les échelles de la règle et les échelles n et ≈ du tiroir, relations (n), $(\approx)$, $(n, \approx)$, et dans le second en faisant intervenir l'échelle R du tiroir, relations (R), (n,R), $(\approx,\mathrm{R})$.

En général, une opération sera calculable d'un seul coup lorsqu'on pourra la poser sous l'une des formes (n), $(\approx)$, $(n, \approx)$, ..., et la relation correspondante, comparée au diagramme général, indiquera, en tenant compte des notations, la manœuvre du tiroir qui donne l'inconnue.

Quelle que soit la relation employée, on aura toujours deux termes à prendre sur la règle et deux termes sur le tiroir, l'un de ces termes pouvant être l'unité, c'est-à-dire un indicateur.

Usage de la règle à calcul.

Application aux calculs numériques.

1° Nombres simples, c'est-à-dire au 1er degré.

4. Multiplication. — 1° Par l'emploi de l'échelle n.

1re solution. $x = rt'$, type (n), $\left[\frac{r}{1} = \frac{x}{t'}\right]$ (1).

Diagr. 1.

Ech. sup.	r	x
Ech. n	1	t'

d'où la règle : Amenez l'indicateur de l'échelle n sous le multiplicande r, lu sur la règle, et le produit correspondra, sur la règle, au multiplicateur lu sur l'échelle n du tiroir.

1er exemple. Trouver $x = 43 \times 21$. ($x = 903$).

Diagr. 1'.

Ech. sup.	43	x
Ech. n.	1	21

2° Par l'emploi de l'échelle ≈.

2e solution. $x = aa'$ type (≈), $[aa' = x \times 1]$.

Diagr. 2.

Ech. ≈.	a'	1
Ech. inf.	a	x

Règle. Placez le multiplicateur lu sur l'échelle ≈ en regard du multiplicande lu sur la règle et le produit correspondra, sur la règle, à l'indicateur de l'échelle ≈.

2e exemple. Trouver $x = 5{,}35 \times 2{,}72$. ($x = 14{,}54$ au lieu de $14{,}552$).

Diagr. 2'.

Ech. ≈.	2,72		1
Ech. inf.	5,35	1	x

Nombre de chiffres du produit. Le produit aura autant de chiffres moins un qu'il y en a dans les deux facteurs s'il tombe dans la même échelle que le multiplicande (1er exemple).

Il aura autant de chiffres qu'il y en a dans les deux facteurs s'il tombe hors de l'échelle du multiplicande (2e exemple).

(1) Nous mettrons toujours en numérateur, dans les relations types, les nombres à lire sur la règle, et en dénominateur ceux à lire sur le tiroir.

5. Division. — 1° Par l'emploi de l'échelle n.

1re solution. $x = \frac{r}{t}$ type (n), $\left[\frac{r}{t} = \frac{x}{1}\right]$.

Diagr. 3.

Ech. sup.	x	r
Ech. n.	1	t

Règle. Placez le diviseur, pris sur l'échelle n, sous le dividende lu sur la règle et le quotient correspondra à l'indicateur de l'échelle n.

Exemple. Trouver $x = 482 : 38{,}5$. ($x = 12{,}52$ au lieu de $12{,}5197$).

Diagr. 3'.

Ech. sup.	x	482
Ech. n.	1	38,5

2° Par l'emploi de l'échelle ≈.

2e solution. $x = \frac{b}{a'}$ type (≈), $[b \times 1 = a' \times x]$.

Diagr. 4.

Ech. ≈.	a'	1
Ech. inf.	x	b

Règle. Placez l'indicateur de ≈ sur le dividende et le quotient correspondra, sur la règle, au diviseur lu sur l'échelle ≈.

Exemple. Trouver $x = 32{,}40 : 528$. ($x = 0{,}0614$ au lieu de $0{,}061362$).

Diagr. 4'.

Ech ≈.	528	1
Ech. inf.	x	32,40

Nombre de chiffres du quotient. Le nombre de chiffres du quotient est la différence plus un ou la différence de ceux du dividende et du diviseur suivant que le quotient tombe dans la même échelle que le dividende ou dans l'autre échelle.

Les règles du nombre des chiffres ou plutôt de la position de la virgule dans le résultat d'une multiplication ou d'une division sont déjà peu commodes dès qu'on opère sur des nombres décimaux; mais celles qu'on établit pour les opérations plus compliquées sont encore bien plus confuses et bien plus incertaines.

Aussi croyons-nous, avant de continuer les applications, devoir indiquer une méthode très simple et très sûre pour trouver dans tous les cas la position de la virgule.

EMPLOI DES CARACTÉRISTIQUES POUR TROUVER LA POSITION DE LA VIRGULE (1).

6. Multiplication. — Soient N et N', deux nombres dont les logarithmes

(1) Pour abréger le discours, nous dirons caractéristique *d'un nombre*, au lieu de caractéristique *du logarithme d'un nombre*, ce qui ne peut prêter à aucune équivoque.

Il n'est pas nécessaire de connaître l'usage des logarithmes pour employer les

Règle a calcul pour les levés au tachéomètre. — Cette règle ne diffère de celle que nous venons de décrire que par la disposition de l'échelle des tangentes et l'addition d'une échelle des sécantes² sur le bord inférieur du tiroir, ce qui entraîne le déplacement de l'échelle des logarithmes.

L'échelle des tangentes de $6^c,345$ à 50^c occupe la moitié à gauche du tiroir; celle des séc², marquée S², commence au milieu du tiroir et s'arrête à séc² 50^c, limite pratique des angles d'inclinaison; elle est suivie d'une échelle des tangentes de $1^c,5$ à $6^c,345$ dont l'origine est la même que celle des séc², le milieu du tiroir.

Les sécantes² de 0^c à 50^c ou les cosécantes² de 50^c à 100^c ont pour caractéristique 0; les tangentes de $1^c,5$ à $6^c,345$ ou les cotangentes de $93^c,655$ à $98^c,50$ ont pour caractéristique —2.

L'emploi de ces échelles est exactement le même que celui des échelles des sinus et tangentes décrit ci-dessus.

Quant à l'échelle des logarithmes, elle est tracée sur le champ opposé au biseau; on s'en sert au moyen du curseur.

Applications. Les données prises sur le terrain au moyen du tachéomètre sont :

1° La distance D interceptée par les fils du micromètre sur la mire placée verticalement en un point M ;

2° La cote h correspondante au fil axial (1);

3° L'angle azimutal θ, lu sur le cercle horizontal, à partir du nord en tournant par l'ouest, le sud et l'est;

4° L'angle d'inclinaison lu sur le cercle vertical de l'instrument (2).

La distance de l'instrument au point M, réduite à l'horizon, est donnée par la formule approximative $d = \mathrm{D}\cos^2\mathrm{I} = \dfrac{\mathrm{D}}{\text{séc}^2\mathrm{I}}$ (1).

Les coordonnées du point M par rapport au centre de l'instrument sont données par les relations

(2) $x = d\cos\theta$, x abscisse mesurée sur la méridienne;

(3) $y = d\sin\theta$, y ordonnée mesurée sur la perpendiculaire au méridien;

(4) $z = d\,\mathrm{tang}\,\mathrm{I} - h$, ou $z = z_1 - h$ en posant $z_1 = d\,\mathrm{tang}\,\mathrm{I}$; z est la hauteur du point M par rapport au centre de l'instrument.

La règle à calcul est disposée de manière que les quatre quantités d, x, y et z_1 soient données par un seul déplacement du tiroir si l'on a $\mathrm{I} < 6^c,345$, ce qui est le cas ordinaire.

(1) Quand on ne lit que les fils extrêmes du micromètre, on prend pour h la moyenne des lectures.

(2) Si l'instrument donnait la distance zénithale δ, au lieu de l'inclinaison I, ce qui arrive fréquemment, on aurait $\delta = 100^c - \mathrm{I}$, et les formules (1) et (4) deviendraient (1') $d = \dfrac{\mathrm{D}}{\text{coséc}^2\,\delta}$, (4') $z_1 = d\,\mathrm{cotg}\,\delta$, ce qui ne change rien à la manière d'opérer.

Exemple. On a $\mathrm{D}=143,5$, $\theta=43^c,54$, $\mathrm{I}=4^c,80$, trouver d, x, y et z_1.

On fait coïncider séc² $4^c,80$ avec 143,5 lu sur la règle, et l'on trouve $d=142,8$ en regard de l'indicateur du tiroir, $x=110,60$ en regard de cos $43^c,54$, $y=90,20$ en regard de sin $435^c,4$, et $z_1=10,78$ en regard de tang $4^c,80$, comme l'indique le

Diagr. 48.

	y	z
	sin 43,54	cos 43,54
1 | 4c,80 Ech. S²		tang 4c,80
d 143,5		z_1

Pour $\mathrm{I}>6^c,345$ il faudrait quelquefois deux manœuvres pour le calcul de d, x, y et z_1; mais comme on ne calcule en général que la distance horizontale d et la cote z_1, l'opération se fait d'ordinaire par un seul mouvement du tiroir.

1er exemple. On donne $\mathrm{D}=205$, $\theta=148^c,50$, $\mathrm{I}=382^c,00$ trouver d, x, y et z_1.

On a :

séc² $382^c,00$ = coséc² $82^c,00$, cos $148^c,50$ = — sin $48^c,50$, sin $148^c,50$ = cos $48^c,50$, tang $382^c,00$ = — cotang $82^c,00$.

Faisant coïncider coséc² $82^c,00$ avec 205, lu sur la règle, on a $d=189$ en regard de l'indicateur du tiroir et $z_1=-54,9$ en regard de cotang $82^c,00$. Les sinus et cosinus de $48^c,50$ tombant en dehors de la règle, une deuxième manœuvre du tiroir, plaçant le 1 milieu en regard de 189 dans la 1re échelle, donnera $x=-130,5$ en regard de sin $48^c,50$ et $y=136,8$ en regard de cos $48^c,50$.

2e exemple. On donne $\mathrm{D}=105,40$, $\mathrm{I}=25^c,30$, trouver d et z_1.

Diagr. 49.

tang 25c,30	1	séc² 25c,30
z_1	d	105,40

On trouve $d=89,70$ et $z_1=37,70$.

Observations. — 1° Dans les levés tachéométriques, on ne calcule généralement les coordonnées x et y que pour les centres de stations, et l'on a soin, pour atténuer les erreurs d'observation et de calcul, de placer l'instrument de manière que la visée d'une station sur la suivante soit peu inclinée. Les valeurs de I supérieures à $6^c,35$ sont exceptionnelles.

2° Quand l'inclinaison I est inférieure à $1^c,50$, on ne fait pas la réduction à l'horizon, parce que $d=\mathrm{D}\cos^2\mathrm{I}=\mathrm{D}$ dans la limite d'approximation de la règle, et la cote z_1 s'obtient en employant le trait √ comme nous l'avons indiqué dans les traits S et T.

Exemple. On donne $\mathrm{D}=152$ et $\mathrm{I}=1^c,30$, trouver d et z_1.

On a $d = D = 152$. Plaçant le trait \ sur 1,30 pris dans l'échelle n, on trouve en regard de 152, lu sur la règle $z_1 = 3,10$ comme l'indique le

Diagr. 30.	Ech. sup.	\	152
	Ech. n	1,30	z_1

3° Entre 0^c et 10^c de l'échelle S^2, les traits sont tracés de 2^c en 2^c, sauf le 1er trait qui correspond à $\text{séc}^2 4^c$ ou $\text{coséc}^2 96^c$; le trait 2^c se confondrait avec 0^c. $\text{Séc}^2 3^c$ correspond sensiblement au milieu du petit intervalle 0^c à 4^c.

TABLE DES MATIÈRES

Emploi des échelles du revers du tiroir.

Paris. — Typographie A. Hennuyer, rue Darcet, 7.