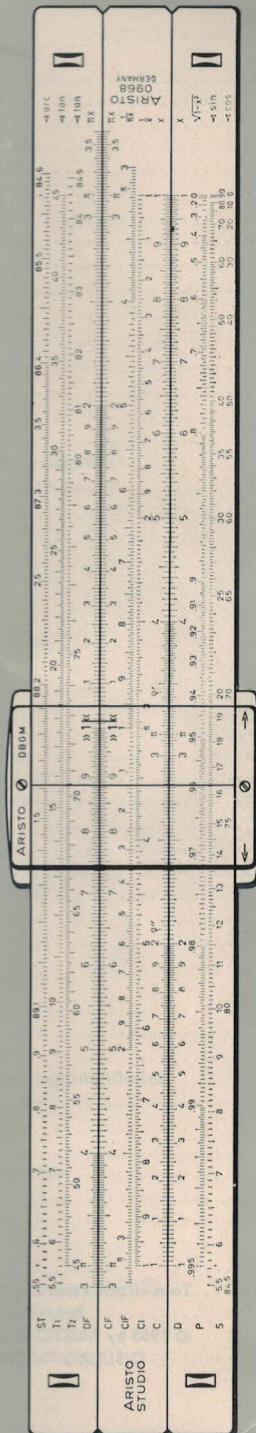


ARISTO
STUDIO

Règle des nombres normaux 1364

F



Tous droits réservés, y compris traduction en langues étrangères
Reproduction, même partielle, interdite.
© 1963 by ARISTO-WERKE · DENNERT & PAPE KG · HAMBURG
O/SLS/RO · Imprimé en Allemagne by Borek KG · 7723

ARISTO-WERKE

DENNERT & PAPE KG
ALLEMAGNE

TABLE DES MATIERES

1. Introduction	4
1.1 Comment se servir de la règle à calcul	4
1.2 Marquage de la règle à calcul	4
1.3 L'entretien de la règle à calcul ARISTO	4
1.4 Le support de règle à calcul No 770	5
1.5 Représentation graphique des exemples	5
2. La disposition des échelles	6
2.1 Face des fonctions trigonométriques	6
2.2 Face des fonctions exponentielles	7
3. La lecture des échelles	8
4. La lecture des échelles de la règle de poche	9
5. Le calcul approché	9
6. Le principe des calculs	10
7. Multiplication	10
8. Division	11
9. Les échelles décalées CF et DF	11
9.1 Calcul de tables sans «permutation» de la réglette	12
9.2 Lecture directe de multiplications et divisions par π	12
10. Multiplication et division combinées	12
11. Les échelles des inverses CI et CIF	13
12. Les proportions	14
13. Les échelles A, B et K	15
13.1 Le calcul avec les échelles A et B	15
14. L'échelle pythagorique P	16
15. Les fonctions trigonométriques	16
15.1 L'échelle des sinus S	17
15.2 Les échelles des tangentes T1 et T2	17
15.3 L'échelle ST	18
15.4 La conversion degrés $\leftrightarrow$ radians	19
15.5 Les repères ρ' et ρ''	20
15.6 L'ARISTO-Studio 4009	20
16. Le calcul trigonométrique de triangles plans	22
16.1 Les nombres complexes	23
17. Les échelles exponentielles LL1 à LL3 et LL01 à LL03	24
17.1 Puissances et racines à exposants 10 et 100	24
17.2 Puissances $y = a^x$	25
17.3 Cas particuliers de $y = a^x$	26
17.4 Puissances $y = e^x$	28
17.5 Racines $a = \sqrt[x]{y}$	28
17.6 Logarithmes	29
18. Autres applications des échelles exponentielles	30
18.1 Calcul des proportions avec les échelles exponentielles	31
18.2 Les fonctions hyperboliques	32
19. Le curseur et ses repères	32
19.1 Le repère 36	32
19.2 Surface du cercle, poids de l'acier en barres	33
19.3 Les repères kW et Ch (PS)	33
19.4 Le démontage du curseur	33
19.5 L'ajustage du curseur	34
20. La règle des nombres normaux 1364	34
20.1 La conception de l'échelle des nombres normaux (NZ)	34
20.2 L'emploi de l'échelle NZ	34
20.3 Echelles logarithmiques	35
20.4 Facteurs de conversion pour unités non-métrique	35

1. Introduction

Ce mode d'emploi donne tous renseignements utiles sur les échelles de la règle à calcul, son fractionnement et ses utilisations. Il décrit l'emploi des différentes échelles et leurs corrélations. Des exemples, judicieusement choisis, font ressortir les principes du calcul, tel un recueil de formules.

L'emploi de la règle à calcul demande de l'expérience. Pour de plus amples détails et des exercices, veuillez vous reporter à un bon manuel que vous trouverez dans le commerce.

1.1 Comment se servir de la règle à calcul

Pour pouvoir lire convenablement les échelles, on tourne la règle à calcul à la lumière, de sorte que les traits du curseur ne projettent pas d'ombre sur les graduations. C'est par pression et contre-pression que l'on déplace la réglette. Le pouce et l'index d'une main saisissent la réglette, tout en s'appuyant sur le corps de la règle, pour exercer sur la réglette les tractions et poussées nécessaires; de l'autre main, on saisit la partie supérieure de la règle, tout en exerçant du pouce une contre-pression sur le bout de la réglette.

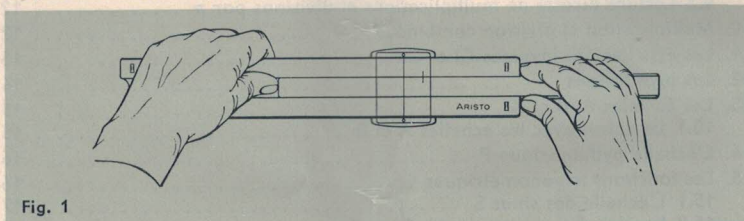


Fig. 1

On peut déplacer la réglette d'une seule main, mais on a intérêt à procéder comme décrit ci-dessus: la vitesse de la manœuvre et la précision y gagnent. Pour assurer la perpendicularité du trait du curseur par rapport aux graduations, on pousse légèrement le bord de guidage du curseur, à l'opposé du ressort, contre la tranche extérieure de la règle.

1.2 Marquage de la règle à calcul

Dans l'étui, sous la règle des nombres normaux ARISTO 1364, se trouve une pochette transparente. Relevez la petite fenêtre et retirez la carte, pour y inscrire vos nom et adresse.

1.3 L'entretien de la règle à calcul ARISTO

Précieux auxiliaire, la règle à calcul demande à être traitée avec soin. Ne laissez jamais des corps étrangers s'incruster dans les graduations et sur le curseur. Évitez de rayer les surfaces. La précision de lecture en souffrirait.

Nous ne saurions trop vous recommander de nettoyer votre règle à calcul de temps à autre à l'aide de notre décapant spécial DEPAROL, et de la sécher et faire briller ensuite. L'usage de tous produits chimiques est expressément décommandé: ils pourraient attaquer les graduations.

La règle à calcul doit être tenue à l'abri des gommages en matière plastique et de leur frottoirs qui risqueraient de détériorer la surface d'ARISTOPAL. D'autre part, elle ne doit jamais être exposée à la chaleur, p. e. en plein soleil ou sur des radiateurs, car elle est susceptible de se déformer au-dessus de 60 °C. Les détériorations de ce genre ne sauraient être couvertes par la garantie.

1.4 Le support de règle à calcul N° 770 (seulement pour 0968)

Les deux parties du support N° 770 qui sont livrées avec chaque ARISTO-Studio 0968, sont glissées de part et d'autre sur la règle à qui elles donnent une position légèrement inclinée, favorable à la lecture, sur la table de travail, notamment lorsqu'on établit tables et barèmes. Cette position surélevée assure un déplacement particulièrement aisé du curseur à loupe.

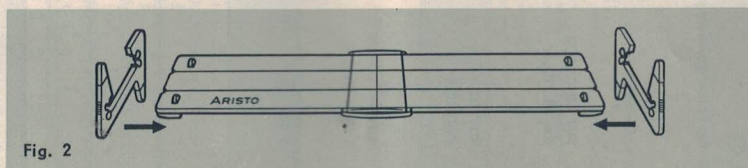


Fig. 2

Pour glisser les supports sur la règle, on pose le côté des fonctions triangulaires de l'ARISTO-Studio vers le haut. Le côté strié des supports doit être sur le devant; les cames doivent s'engager dans les rainures des traverses de la règle.

1.5 Représentation graphique des exemples

Dans ce mode d'emploi, l'habituel dessin d'une section de la règle à calcul est remplacée par une représentation très schématisée qui fait mieux ressortir l'ordre des opérations. Les échelles sont figurées par des lignes parallèles, et identifiées aux extrémités, par leurs symboles respectifs. Les opérations sont codifiées comme suit:

Position de départ

Position intermédiaire

Résultat final

Poses ou lectures intermédiaires occasionnels

Retournement de la règle

Des flèches indiquent l'ordre à suivre et le sens des déplacements

Le trait vertical représente le curseur

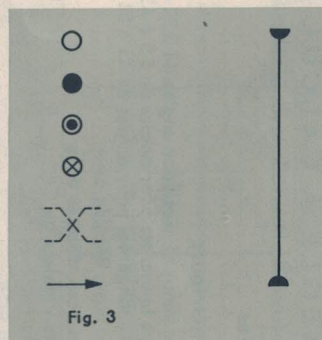


Fig. 3

REGLE A CALCUL ARISTO-STUDIO

L'ARISTO-Studio est une règle à calcul universelle, avec échelles exponentielles, pour l'homme de science, l'ingénieur et l'étudiant.

2. La disposition des échelles

2.1 Face des fonctions trigonométriques

ST	Tangentes, sinus et arcs pour angles de 0,55 à 6°
T1	Echelle des tangentes pour angles de 5,5 à 45°
T2	Echelle des tangentes pour angles de 45 à 84,5°
DF	Echelle de base, décalée de π
CF	Echelle de base, décalée de π
CIF	Echelle des inverses de CF
CI	Echelle des inverses de C
C	Echelle de base
D	Echelle de base
P	Echelle de Pythagore
S	Echelle des sinus de 5,5 à 90°, chiffrée en rouge, en sens inverse, pour cosinus, de 0 à 84,5°

$\frac{1}{x}$ arc	} sur le corps de la règle
$\frac{1}{x}$ tg	
$\frac{1}{x}$ tg	
πx	} sur la règlette
πx	
$\frac{1}{\pi x}$	
$\frac{1}{x}$	} sur le corps de la règle
x	
$\frac{1}{1-x^2}$	
$\frac{1}{x}$ sin	
$\frac{1}{x}$ cos	

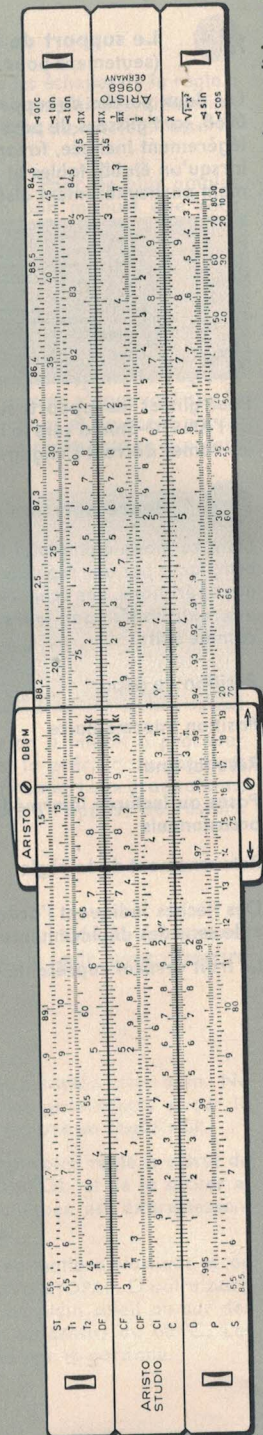


Fig. 4 Face des fonctions trigonométriques

2.2 Face des fonctions exponentielles

LL01	Echelle exponentielle, gamme 0,99 — 0,9	$e^{-0,01x}$	sur le corps de la règle
LL02		$e^{-0,1x}$	
LL03		e^{-x}	
A	Echelle de carrés	x^2	sur la réglette
B	Echelle de carrés	x^2	
L	Echelle des manfisses	$\lg x$	
K	Echelle des cubes	x^3	sur le corps de la règle
C	Echelle de base	x	
D	Echelle de base	x	
LL3	Echelle exponentielle, gamme 2,5 — 10 ⁵	e^x	
LL2		$e^{0,1x}$	
LL1		$e^{0,01x}$	

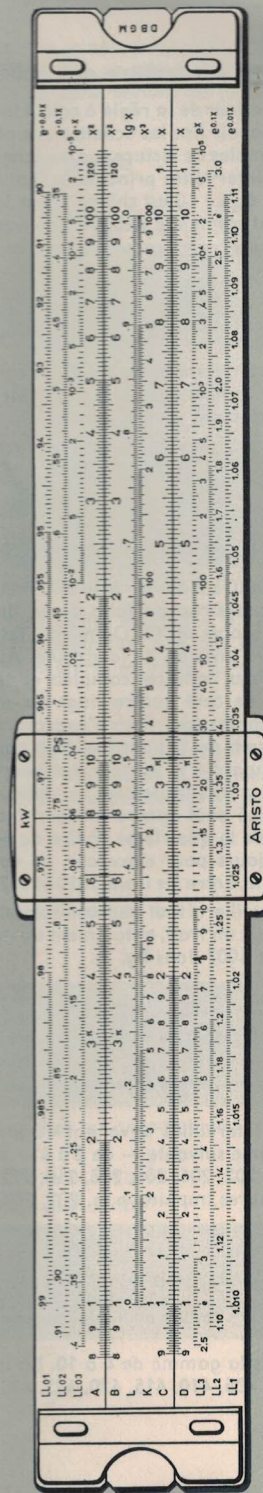


Fig. 5 Face des fonctions exponentielles

3. La lecture des échelles

Pour tirer de la règle à calcul tous les avantages qu'elle offre, il est indispensable de savoir lire les échelles vite et sans se tromper. Les figures 6 à 9 montrent des exemples de lecture sur les échelles de base C et D dont on se sert le plus souvent. Les intervalles principaux sont marqués par de longs traits et chiffrés de 1 à 10 (fig. 6). Le 10 est chiffré 1, car la fin de l'échelle peut être considérée théoriquement comme le début d'une nouvelle échelle, identique à la précédente.

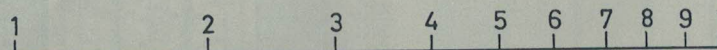


Fig. 6 Les intervalles principaux

Dans la gamme de 1 à 2, les échelles de la règle à calcul sont graduées en principe comme une règle millimétrique, à la différence près que les intervalles vont décroissant vers la droite.

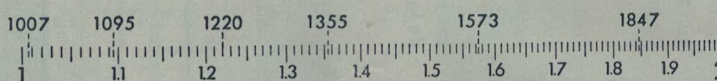


Fig. 7 Lecture dans la gamme de 1 à 2

Le chiffre 2 d'une règle millimétrique peut signifier 2 cm, 20 mm, 0,2 dm, 0,02 m etc.; abstraction faite de la dimension, le 2 se présente donc en différentes puissances de 10. De même, les chiffres de la règle à calcul ne renseignent pas sur la position de la virgule. Aussi est-il indiqué de lire des suites de chiffres et non des nombres complets et de prononcer par exemple un — neuf — sept au lieu de cent quatre-vingt dix-sept, afin d'éviter toutes erreurs d'omission ou d'interversion. Pour s'exercer, on déplace lentement le curseur vers la droite, à partir du 1, pour lire trait par trait: 100, 101, 102, 103 etc.

Comparé à la largeur des intervalles, le trait du curseur est si fin qu'on peut le placer très facilement au milieu exact entre deux traits de l'échelle. Mais l'œil exercé peut encore estimer des fractions d'intervalle jusqu'au 10^{ème}, ce qui donne le quatrième chiffre du nombre.

Toujours pour s'exercer, on continue à déplacer lentement le curseur vers la droite, entre les traits 1310 et 1320, pour apprendre à estimer 1311, 1312, 1313 etc.

On veillera tout particulièrement à ne pas omettre le 0 qui fait immédiatement suite à un trait, notamment au début de l'échelle, p. e. 1000, 1001, 1002, 1003 etc. (voir 1007 dans fig. 7).

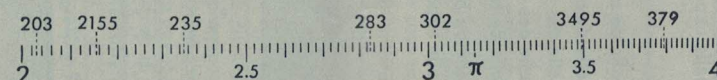


Fig. 8 Lecture dans la gamme de 2 à 4

Les intervalles devenant de plus en plus étroits à l'approche du chiffre 2, la gamme suivante — de 2 à 4 — n'est plus graduée qu'en chiffres pairs. On lit ici: 200, 202, 204, 206, 208, 210, 212 etc. Au milieu des intervalles nous trouvons les nombres impairs, p. e. 201, 203, 205, 207, 209, 211, 213 etc. (voir fig. 8).

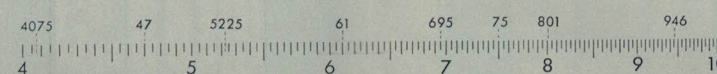


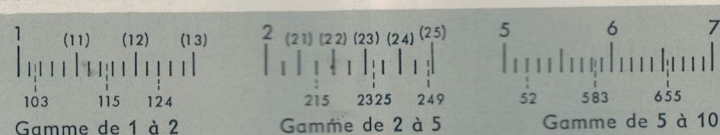
Fig. 9 Lecture dans la gamme de 4 à 10

Dans la gamme de 4 à 10, les intervalles correspondent à 5 unités; ainsi, on lit 400, 405, 410, 415, 420, 425, 430 etc.

Les valeurs intermédiaires doivent être estimées. Au milieu entre 400 et 405, nous estimons 4025; un peu plus à gauche, on trouve 402, un peu plus à droite 403. De même, le milieu du deuxième intervalle de cette section de la règle donne la lecture 4075 (voir fig. 9).

4. La lecture des échelles de la règle de poche (868 seulement)

En raison de sa longueur réduite, les échelles de la règle de poche ont des graduations différentes de celles de la règle de 25 cm. Les trois gammes se présentent comme suit:



Dans la gamme de 1 à 2, seules les valeurs 1, 1,5 et 2 sont chiffrées. Le deuxième chiffre est lu aux longs traits, comme on le voit ci-dessus (p. e. 12). Les petits traits donnent le troisième chiffre (pair), p. e. 124. Les chiffres impairs, p. e. 103, doivent être estimés.

Dans la gamme de 2 à 5, le deuxième chiffre est encore lu aux traits longs (p. e. 23), tandis que les petits traits marquent cinq unités du troisième chiffre, p. e. 215, les autres valeurs devant être estimées.

Dans la gamme de 5 à 10, où encore seul le premier chiffre est chiffré, on lit le deuxième aux petits traits, comme sur une règle millimétrique, p. e. 52. Toutes les valeurs du troisième chiffre doivent être estimées entre les traits, p. e. 583.

5. Le calcul approché

Au chapitre 3, nous avons vu que la règle à calcul ne donne que des suites de chiffres. Pour connaître la valeur réelle, notamment la position de la virgule, on procède par une approximation qui permet en même temps de vérifier au moins le premier chiffre du résultat.

Voici quelques conseils pour les calculs approchés:

Toujours arrondir grossièrement!

p. e.: $3,43 \approx 3$ $9,51 \approx 10$ $7,61 \approx 8$

Pour les multiplications, arrondir un facteur en haut, l'autre en bas!

p. e.: $8,92 \times 127 \approx 10 \times 120 = 1200$

$2,19 \times 9830 \approx 2 \times 10000 = 20000$

Les divisions sont simplifiées par réduction!

Numérateur et dénominateur sont arrondis dans le même sens.

p. e.: $\frac{725}{539} \approx \frac{7,25}{5,39} \approx \frac{7}{5} = 1,4$

$\frac{640 \times 15,3}{51 \times 0,8} \approx \frac{60 \times 20}{5 \times 1} = 240$

Les calculs avec des valeurs très grandes et très petites est grandement facilité par le retranchement de puissances de 10.

p. e.: $73215 \approx 7 \times 10^4$ $0,0078 \approx 8 \times 10^{-3}$
 $89 \approx 9 \times 10^1$ $0,706 \approx 7 \times 10^{-1}$

Dans la multiplication et la division avec des valeurs très grandes et très petites, cette méthode permet de garder une meilleure vue d'ensemble du problème donné!

p. e.: $0,07325 \times 0,000513 \approx 8 \times 10^{-2} \times 5 \times 10^{-4} = 40 \times 10^{-6} = 4 \times 10^{-5}$

$\frac{2950}{0,00598} \approx \frac{3 \times 10^3}{6 \times 10^{-3}} = 0,5 \times 10^6$

6. Le principe des calculs

Le calcul avec la règle à calcul est basé sur le principe de l'addition et de la soustraction de deux longueurs, mis en évidence par la juxtaposition de deux règles millimétriques mobiles.

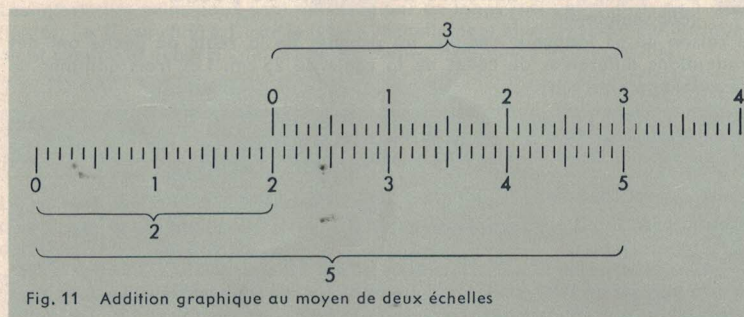


Fig. 11 Addition graphique au moyen de deux échelles

Dans l'exemple ci-dessus, on additionne $2 + 3 = 5$. En mettant le début de la règle supérieure en face du 2 de la règle inférieure, on peut additionner par exemple à cette première longueur la valeur 3, le résultat 5 étant lu sur la règle inférieure. La position des règles que l'on voit en fig. 11, permet tout aussi bien de lire $2 + 1 = 3$ ou $20 + 15 = 35$, quand on compte les millimètres. Quant à la soustraction, elle s'opère en sens inverse. Pour l'opération $5 - 3 = 2$, on retranche de la longueur 5 de l'échelle inférieure la longueur 3 de l'échelle supérieure, pour lire le résultat 2 sur l'échelle inférieure en face du début de l'échelle supérieure.

Dans la règle à calcul, les graduations se trouvent d'une part sur le corps de la règle et d'autre part sur une règle coulissante. La particularité de la règle à calcul est constituée par ses graduations logarithmiques, grâce auxquelles on multiplie par addition de deux longueurs; de même on divise par soustraction de deux longueurs.

7. Multiplication

(Addition de deux longueurs)

Le début 1 de l'échelle C est placé en face de la valeur 18 de l'échelle D. En déplaçant le curseur vers le 13 de l'échelle C, on additionne ce nombre à la longueur 18; le résultat 234 de la multiplication est lu sur l'échelle D sous le trait du curseur. Un rapide calcul approché ($20 \times 10 = 200$) permet de déterminer la position de la virgule, en cas de besoin.

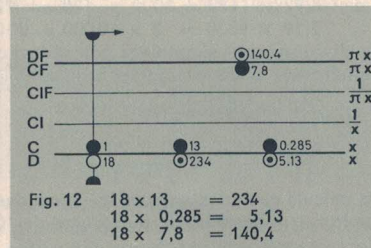


Fig. 12 $18 \times 13 = 234$
 $18 \times 0,285 = 5,13$
 $18 \times 7,8 = 140,4$

L'opération ci-dessus $18 \times 7,8$ ne peut être effectuée selon la disposition normale qu'après avoir «permuté» la règle, c.-à-d. après avoir amené la fin de l'échelle C en face du 18 de l'échelle D. Avec l'ARISTO-Studio on peut renoncer à cette manœuvre supplémentaire de la règle, en continuant de calculer avec la paire d'échelles CF/DF.

Ces échelles facilitent le calcul, car elles correspondent exactement aux échelles de base C et D, par rapport auxquelles elles sont simplement décalées de telle sorte que le 1 se situe sensiblement au milieu de la règle.

Les échelles CF et DF permettent cette simplification du calcul, parce qu'elles reproduisent les échelles de base C et D, sauf que leur début 1 — en même temps fin 10 — se situe à peu près au milieu de la règle. Grâce à cette disposition du 1 de l'échelle CF, la position de départ pour la multiplication est toujours bonne, la réglette ne sortant pas de plus de la moitié.

Lorsque, par exemple, les valeurs 1 et 18 se font face sur les échelles de base C et D, on les retrouve du même coup, face à face, sur les échelles CF et DF. En conséquence, on peut multiplier par le facteur 18 sur les deux groupes d'échelles. Une multiplication comme $3,98 \times 2,38$ sera calculée avec les échelles CF/DF par la pose du 1 (CF) sous 3,98 (DF). Sous le trait du curseur, on lit, sous 2,38 de l'échelle CF, le produit 9,47 sur l'échelle DF.

8. Division

(Soustraction de deux longueurs, inversion de la multiplication)

Le trait du curseur est amené sur la valeur 2620 de l'échelle D; on place également sous le trait du curseur, c'est-à-dire en face du dividende, le diviseur 17,7 de l'échelle C. Le résultat 148 est lu sous le début de l'échelle C, éventuellement sous la fin de la réglette.

La position de la réglette est la même que pour la multiplication $148 \times 17,7 = 2620$.

Comme la donnée $2620 : 17,7$ apparaît également dans le groupe CF/DF, on peut lire le résultat tout aussi bien au-dessus du début 1 de l'échelle CF. Quand on divise avec les échelles CF/DF, les valeurs se présentent comme dans une fraction.

La multiplication et la division se distinguent par le seul ordre des opérations. Quand le dividende et le diviseur se trouvent face à face, il ne reste plus qu'à lire le résultat soit sous le début, soit sous la fin de la réglette C, sans permutation. Cette particularité de la règle à calcul est exploitée encore à plusieurs reprises dans les chapitres ci-dessous.

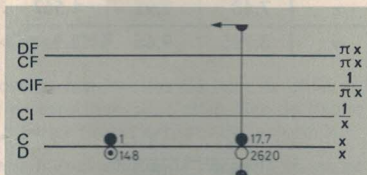


Fig. 13 $2620 : 17,7 = 148$
Calcul approché: $3000 : 20 = 150$

9. Les échelles décalées CF et DF

Ces échelles correspondent dans leur longueur aux échelles de base C et D. Elles sont seulement décalées de $\pi = 3,14$ par rapport aux échelles de base. En d'autres termes, la valeur π fait exactement face au début, respectivement à la fin, des échelles de base. Leur valeur 1 se trouve sensiblement au milieu de la règle, ce qui ajoute pratiquement une demi-longueur d'échelle aux échelles de base. Cette disposition des échelles permet de renoncer aux «permutations» de la réglette, notamment quand on multiplie, quand on calcule des proportions et quand on établit des tables et barèmes.

L'index 1 de l'échelle CF indique toujours sur l'échelle DF la même valeur que l'index 1 ou 10 de l'échelle C sur l'échelle D. On peut donc tout aussi bien commencer sur le groupe d'échelles CF/DF les multiplications faites jusqu'ici. On a du reste intérêt à le faire dans tous les cas, car on obtient ainsi, sans avoir à réfléchir, la position de départ correcte de la réglette. Quand on pose une division sur la règle à calcul, le numérateur et le dénominateur sont superposés comme dans une fraction.

Les deux groupes d'échelles CF/DF et C/D sont utilisés conjointement, car le résultat qui ne peut plus être lu sur l'un des groupes, apparaît toujours sur le deuxième, sans que l'on ait besoin de «permuter» la réglette. Les bandes jaunes sur la réglette rappellent que les facteurs doivent être lus sur les échelles mobiles C et CF, afin d'éviter toute erreur, car C est disposé au-dessus de D, mais CF en-dessous de DF.

9.1 Calcul de tables sans «permutation» de la règlette

$$y = 29x$$

x	1,7	3,45	5,0	10
y	49,3	100	145	290

Pour $x = 5$, la lecture s'effectue, sans «permutation» de la règlette, sur le groupe d'échelles supérieur CF/DF.

$$y = \frac{28,2}{x} = 28,2 \times \frac{1}{x}$$

x	7,43	2,92	1,567
y	3,795	9,66	18,9

$$y = \frac{x}{18,2} = \frac{1}{18,2} x$$

x	3,17	112,1
y	0,1742	6,16

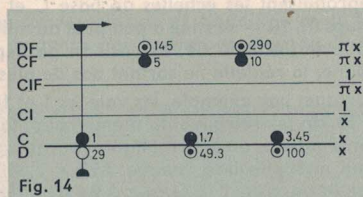


Fig. 14

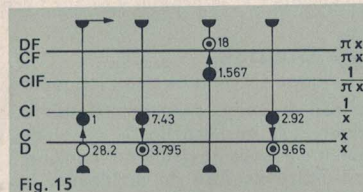


Fig. 15

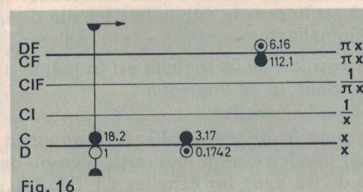


Fig. 16

9.2 Lecture directe de multiplications et divisions par π

Les échelles CF et DF étant décalées de la valeur π , elles offrent l'avantage supplémentaire de la multiplication par π , quand on passe de D à DF et de C et CF — division, quand on revient des échelles décalées aux échelles de base. Lorsque l'on pose par exemple le trait du curseur sur un diamètre d dans l'échelle D, on peut lire directement sur l'échelle DF la circonférence $C = d \pi$. On calcule de façon similaire la vitesse angulaire $\omega = 2 \pi f$.

Dans tous les calculs compliqués, dans lequel entre le facteur π , on en tient compte dans la dernière opération, en passant aux échelles décalées. Fig. 17 montre tous les calculs avec le facteur π qui sont possibles avec une seule position du curseur.

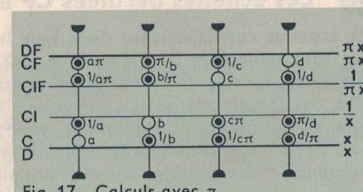


Fig. 17 Calculs avec π

10. Multiplication et division combinées

Quand on pose un problème comme $\frac{a \times b}{c}$, on divise d'abord, pour multiplier ensuite. Après avoir divisé 345 par 132, comme on le voit en fig. 18, on n'a pas besoin de lire le résultat intermédiaire 2,61; le curseur est amené au multiplicateur 22 de l'échelle C, en face duquel on lit, sur l'échelle D, le résultat 57,5.

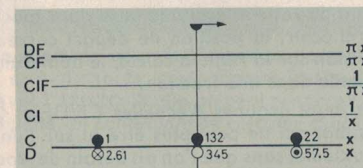


Fig. 18 Calcul approché
 $\frac{345}{132} \times 22 = 57,5$ $\frac{300}{100} \times 20 = 60$

Si l'on veut ajouter dans cet exemple un facteur supplémentaire 19,5 au dénominateur,

$$\frac{345 \times 22}{132 \times 19,5} = 29,5,$$

on peut diviser à la suite de l'opération en fig. 18, en amenant la valeur 19,5 de l'échelle C sous le trait du curseur, divisant ainsi 57,5 par 19,5. Dans les opérations qui comportent plusieurs facteurs tant au numérateur qu'au dénominateur, on procède simplement par multiplications et divisions alternées. Les déplacements alternés de la règle et du curseur font progresser l'opération normale et évitent toute manipulation superflue.

Dans ce genre d'opérations, il peut arriver qu'après une division, la règle débord trop du corps de la règle. Dans ce cas, il faut la «permuter» avant la prochaine multiplication. Par un choix judicieux des poses sur les échelles C/D ou CF/DF, on peut éviter cet inconvénient.

11. Les échelles des inverses CI et CIF

L'échelle CI est graduée exactement comme les échelles de base C et D, à la différence près que cette graduation va en sens inverse, c'est-à-dire de droite à gauche. Elle est chiffrée en rouge, afin d'éviter toutes erreurs de lecture.

Quand on place le curseur sur une valeur n quelconque de l'échelle C, on peut lire sur l'échelle CI la valeur $1/n$ correspondante, comme l'indique le symbole à l'extrémité droite de l'échelle ($1/x$). Le grand avantage de cette échelle réside dans le fait que cette inversion de la valeur peut s'opérer tout aussi bien en sens contraire, au passage de l'échelle CI à l'échelle C. Au-dessus du 5 de l'échelle C, nous trouvons dans l'échelle CI, $0,2 = 1/5$; et sous le 4 de l'échelle C, nous lisons $0,25 = 1/4$, sur l'échelle CI.

Quelques lectures occasionnelles de valeurs inverses ne justifieraient pas l'existence des échelles des inverses.

Leur vraie raison d'être est de supprimer toute manipulation inutile dans les opérations complexes.

$$\frac{4}{5} \text{ peut être posé sous la forme } 4 \times \frac{1}{5}, \text{ et}$$

$$4 \times 5 \text{ est identique à } \frac{4}{1/5}.$$

Cette formule est inhabituelle, mais en l'employant, on transforme une division en une multiplication et vice versa. Un exemple avec des chiffres très simples illustre parfaitement l'utilité de l'échelle CI:

1. Si nous amenons le curseur sur le 6 de l'échelle D, et si nous plaçons ensuite le 2 de l'échelle C sous le trait du curseur, nous obtenons la division habituelle, $6 : 2 = 3$ (fig. 19). Si par contre, nous laissons le curseur en place, pour amener sous son repère le 2 de l'échelle CI, en faisant glisser la règle, nous obtenons la multiplication 6×2 , le résultat 12 étant lu sous le 1 de la règle, comme pour une division (fig. 20). En réalité, nous avons effectué la division $6 : 0,5 = 12$, parce qu'ensemble avec le 2 de l'échelle CI, nous avons amené sous le curseur la valeur inverse 0,5 de l'échelle C (fig. 20).

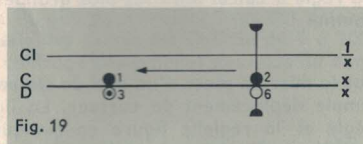


Fig. 19

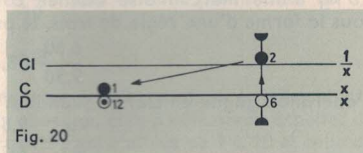


Fig. 20

2. Si nous laissons maintenant le 1 de l'échelle C en face du 12 de l'échelle D, pour amener le curseur sur le 4 de l'échelle C, nous obtenons la multiplication habituelle $12 \times 4 = 48$ (fig. 21). Dès que nous ramenons le curseur au 4 de l'échelle CI, nous pouvons lire le résultat de la division $12 : 4 = 3$ dans l'échelle D (fig. 22). En d'autres termes: la valeur inverse de 4 (échelle CI), à savoir $1/4$ ou $0,25$, lui faisant face sur l'échelle C, nous avons en réalité effectué la multiplication $12 \times 0,25 = 3$.

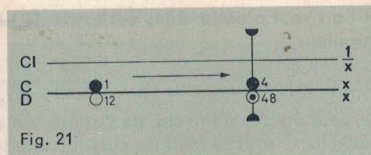


Fig. 21

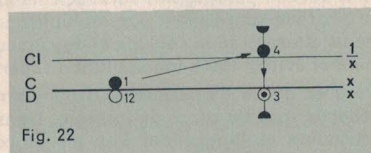


Fig. 22

Pour la multiplication et la division, il existe donc deux modes de calcul possibles dont l'utilisateur avisé choisit dans chaque cas le plus approprié, pour maintenir, dans les opérations de multiplications et divisions alternées, le rythme de calcul décrit au chapitre 10.

Tout ce qui vient d'être dit sur la corrélation entre les échelles C et CI, s'applique également au groupe CF/CIF. Pour se familiariser avec la méthode on a intérêt à répéter le même exemple avec les échelles CF/DF/CIF. L'étude attentive des chapitres suivants montre que l'échelle CIF complète logiquement tout le système des échelles. Quand on veut exploiter rationnellement les échelles décalées, on utilise l'échelle CIF aussi souvent que l'échelle CI, en commençant par les échelles décalées.

Des expressions comme $a \times b \times c$ ou $\frac{a}{b \times c \times d}$ etc. peuvent dès lors être

résolues par multiplications et divisions alternées, comme les problèmes de multiplication et division combinées. Pendant les opérations, on peut passer du groupe d'échelles C/D/CI au groupe CF/DF/CIF, afin d'éviter la permutation de la réglette en multipliant.

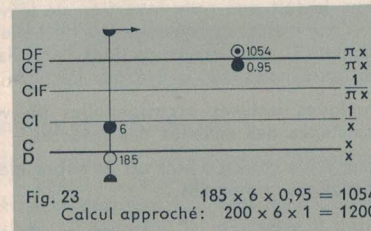


Fig. 23
Calcul approché: $200 \times 6 \times 1 = 1200$

Dans l'exemple de fig. 23, on pose le facteur 6 sur l'échelle CI, comme dans une division, la multiplication par 0,95 s'effectuant sur l'échelle CF. Quant au résultat 1054, il est lu en regard du multiplicande sur l'échelle DF.

12. Les proportions

La règle à calcul offre les plus grandes facilités pour le calcul de proportions comme

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} \dots\dots$$

car la mise en place d'un seul de ces rapport permet de lire tous les autres par simple déplacement du curseur. La ligne de séparation entre le corps de la règle et la réglette figure en quelque sorte la barre de fraction. Tous les problèmes de règles de trois sont posés sous forme de proportions,

Exemple:

9,5 kg d'une marchandise donnée coûtent F 6,30. Combien coûtent 8,4 kg? Sous la forme d'une règle de trois, le problème est posé comme suit:

$$\frac{6,30}{9,50} \times 8,4 = 5,57.$$

L'opération gagne en clarté, quand les poids et les prix sont posés en rapport.

$$\frac{\text{kg}}{\text{F}} = \frac{9,50}{6,30} = \frac{8,4}{?}.$$

Par la pose, face à face sur les échelles DF et CF, du poids 9,5 et du prix 6,30 donnés, nous avons en même temps posé, sur les groupes d'échelles CF/DF et C/D, tous les poids et prix du même quotient. Sur les échelles DF et D, on trouve alors tous les poids, et sur les échelles CF et C les prix correspondants. En face du poids 8,4 on lit par conséquent le prix 5,57. D'autres rapports poids/prix ressortent du dessin fig. 24.

10,6 kg coûtent F 7,03 (échelles CF/DF)
3,8 kg coûtent F 2,52 (échelles C/D)
2,8 kg coûtent F 1,86 (échelles C/D)
1 kg coûte F 0,66

Ce tableau peut être complété à volonté:

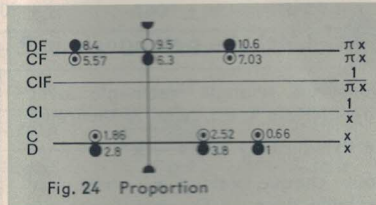


Fig. 24 Proportion

$$\frac{\text{kg}}{\text{F}} = \frac{9,5}{6,3} = \frac{8,4}{5,57} = \frac{10,6}{7,03} = \frac{3,8}{2,52} = \frac{1}{0,66} = \dots \text{etc.} \dots$$

Le calcul avec les proportions nous libère dans une large mesure des règles énoncées aux chapitres précédents. Peu importe, où et comment les valeurs kg et F se font face, pourvu que tous les poids soient lus sur la même échelle sur laquelle a été posé le premier poids, — et tous les prix sur l'échelle d'en face. Dans l'exemple ci-dessus, la valeur 6,3 peut être posée tout aussi bien dans l'échelle DF, et la valeur 9,5 dans l'échelle CF; le résultat 5,57 est lu alors sur l'échelle DF, en face du 8,4 de l'échelle CF.

13. Les échelles A, B et K

Quand on place le trait du curseur sur un quelconque nombre x de l'échelle C, on peut lire sur l'échelle B le carré x^2 et sur l'échelle K le cube x^3 . Inversement on obtient les racines carrées et cubiques.

- a) $2^2 = 4$ $2^3 = 8$
b) $32,7^2 = 3,27^2 \times 10^2 = 1070$
 $32,7^3 = 3,27^3 \times 10^3 = 35000$
c) $\sqrt[2]{9} = 3$ $\sqrt[3]{27} = 3$
d) $\sqrt[2]{51} = 7,14$ $\sqrt[3]{364} = 7,14$

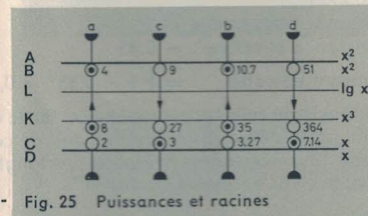


Fig. 25 Puissances et racines

La position de la virgule est obtenue aisément par un calcul approché. Il est utile, en calculant avec des racines et des puissances, de retrancher des puissances de 10, afin de travailler avec des valeurs plus faciles à estimer. A cet effet, l'échelle des carrés est chiffrée de 1 à 100, l'échelle des cubes de 1 à 1000. C'est le chiffrage des échelles qui nous dit dans laquelle des échelles il faut poser le curseur.

Exemples:

$$\sqrt{3200} = \sqrt{32 \times 100} = 10 \times \sqrt{32} = 10 \times 5,66 = 56,6 \quad (\text{Retrancher } 10^{2n})$$

$$\sqrt[3]{0,1813} = \sqrt[3]{\frac{181,3}{1000}} = \frac{1}{10} \times \sqrt[3]{181,3} = \frac{1}{10} \times 5,66 = 0,566 \quad (\text{Retrancher } 10^{3n})$$

13.1 Le calcul avec les échelles A et B

Comme les échelles de base C et D, les échelles A et B sont deux échelles identiques, à la différence près qu'elles portent chacune, côte à côte, deux échelles de base réduites de moitié. Leur section de gauche est chiffrée de 1 à 10 et celle de

droite de 10 à 100. On peut donc effectuer sur ces échelles toutes les opérations que nous avons vues jusqu'ici, mais avec moins de précision, à cause de la longueur réduite des demi-échelles.

Dans de nombreux cas, il est commode de poursuivre sur l'échelle des carrés quand l'opération a commencé par une élévation au carré.

14. L'échelle pythagorique P

Dans un triangle rectangle avec l'hypoténuse 1, est, selon le théorème de Pythagore $y = \sqrt{1 - x^2}$.

Pour chaque valeur x , posée sur l'échelle de base D, nous lisons sur l'échelle P la valeur $y = \sqrt{1 - x^2}$. Inversement, nous lisons également $x = \sqrt{1 - y^2}$.

L'exemple de fig. 27 montre que la valeur 0,6 peut être posée tout aussi bien dans l'échelle P que dans l'échelle D; le résultat 0,8 est toujours lu dans l'échelle adjacente correspondante.

Dans tous les cas, on choisit le mode de lecture qui offre la plus grande précision. Ainsi, dans l'exemple

$\sqrt{1 - 0,15^2} = 0,9887$, on pose la valeur 0,15 sur l'échelle D.

Un exemple de l'électro-technique:

Puissance apparente = 1

puissance effective = 0,85

courant déwatté = $\sqrt{1 - 0,85^2} = 0,527$

Ce mode de calcul n'est cependant facile que si l'hypoténuse est égale 1 ou 10 ou 100 etc., notamment quand il s'agit de convertir sinus en cosinus et vice-versa. Pour tous les autres triangles rectangles, la solution trigonométrique (voir chapitre 16) est plus élégante.

Pour extraire des racines carrées avec plus de précision, on pose par exemple $\sqrt{0,91} = \sqrt{1 - 0,09} = 0,9540$. La valeur 0,09 étant posée dans la partie gauche de l'échelle A, on trouve $\sqrt{0,09} = 0,3$ sur l'échelle D et la valeur $\sqrt{1 - 0,3^2} = 0,9540$ sur l'échelle P. Une amélioration de la précision est assurée par ce mode de calcul jusqu'à environ $\sqrt{0,65}$. Il doit être choisi de préférence, tant que le nombre sous radical est inférieur à 0,01 — 1 — 100 etc.

15. Les fonctions trigonométriques

Toutes les fonctions circulaires sont basées sur l'échelle D; les angles sont gradués à 360° avec sous-divisions décimales.

Pour chaque angle, posé sur les échelles S, T1 ou T2, on lit la fonction circulaire correspondante sur l'échelle D. En sens inverse, on trouve sur les échelles S, T1 et T2 les angles correspondant aux fonctions circulaires, posées sur l'échelle D.

Le chiffrage angulaire des échelles S, T1 et T2 à division décimale n'est valable que pour les valeurs indiquées en degrés.

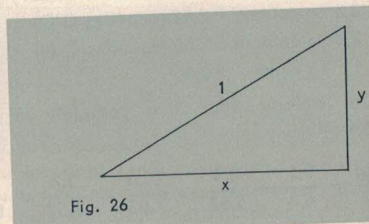


Fig. 26

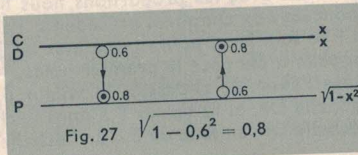


Fig. 27

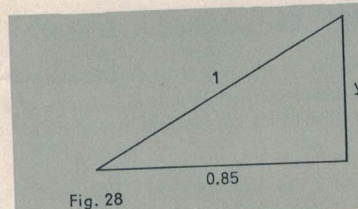


Fig. 28

La règle à calcul ne donne les fonctions circulaires que pour le premier quadrant. Le tableau ci-dessous permet de réduire au premier quadrant tous les angles voulus.

	$\pm \alpha$	$90^\circ \pm \alpha$	$180^\circ \pm \alpha$	$270^\circ \pm \alpha$
sin	$\pm \sin \alpha$	$+\cos \alpha$	$\mp \sin \alpha$	$-\cos \alpha$
cos	$+\cos \alpha$	$\mp \sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$\pm \sin \alpha$
tg	$\pm \operatorname{tg} \alpha$	$\mp \cot \alpha$	$\pm \operatorname{tg} \alpha$	$\mp \cot \alpha$
cot	$\pm \cot \alpha$	$\mp \operatorname{tg} \alpha$	$\pm \cot \alpha$	$\mp \operatorname{tg} \alpha$

15.1 L'échelle des sinus S

L'échelle des sinus S va de $5,5^\circ$ à 90° . Pour les cosinus, elle est chiffrée en sens inverse, en rouge, de 0° à $84,5^\circ$. Tous les sinus et cosinus, lus sur l'échelle de base, commencent par 0,...

Les sinus des angles $\alpha > 45^\circ$ peuvent être lus avec plus de précision dans l'échelle P, chiffrée en rouge, selon la formule $\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$, quand on utilise pour la pose de l'angle le chiffre rouge de l'échelle S.

Couleurs pour fonctions de sinus: Utiliser toujours des échelles de même couleur. $\cos \alpha$ étant $\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$, il faut observer une règle similaire pour les cosinus des angles $\alpha < 45^\circ$: pour chaque pose sur l'échelle S, on lit dans la bande de couleur différente de l'échelle D ou P.

$$\sin 26^\circ = 0,438$$

$$\sin 82^\circ = \sqrt{1 - \cos^2 82^\circ} = 0,9903$$

$$\operatorname{arc} \sin 0,54 = 32,7^\circ$$

$$\cos 75^\circ = 0,2588$$

$$\cos 7^\circ = \sqrt{1 - \sin^2 7^\circ} = 0,99255$$

$$\operatorname{arc} \cos 0,9852 = 9,87^\circ$$

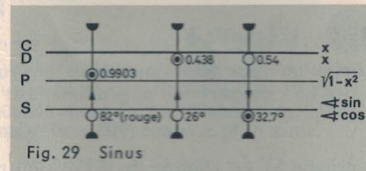


Fig. 29 Sinus

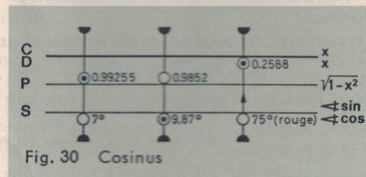


Fig. 30 Cosinus

15.2 Les échelles des tangentes T1 et T2

L'échelle des tangentes est double; T1 va de $5,5$ à 45° et T2 de 45 à $84,5^\circ$. On lit à l'échelle D les valeurs tangente des angles posés sur les échelles T1 et T2. Pour T1, les valeurs des fonctions tangente se situent entre 0,1 et 1,0; pour T2 entre 1,0 et 10,0.

Pour la recherche de cotangente, on fait appel à la formule $\cot \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$; on se sert donc des inverses. Les valeurs cotangente sont lues pour tous les angles sur l'échelle CI. Pour T1, les valeurs cotangente se situent entre 1,0 et 10,0; pour T2 entre 0,1 et 1,0.

Exemples:

$$\text{tg } 14^\circ = 0,2493$$

$$\text{tg } 23,6^\circ = 0,437$$

$$\text{tg } 41,1^\circ = 0,872$$

$$\text{tg } 51,2^\circ = 1,244$$

$$\text{tg } 73,4^\circ = 3,35$$

$$\text{tg } 80^\circ = 5,67$$

$$\text{arc tg } 1,75 = 60,25^\circ$$

$$\text{arc tg } 2,0 = 63,43^\circ$$

$$\text{cot } 9^\circ = 6,31$$

$$\text{cot } 23,6^\circ = 2,289$$

$$\text{cot } 41,1^\circ = 1,146$$

$$\text{cot } 51,2^\circ = 0,804$$

$$\text{cot } 73,4^\circ = 0,298$$

$$\text{cot } 77^\circ = 0,2309$$

$$\text{arc cot } 2,0 = 26,57^\circ$$

$$\text{arc cot } 1,75 = 29,74^\circ$$

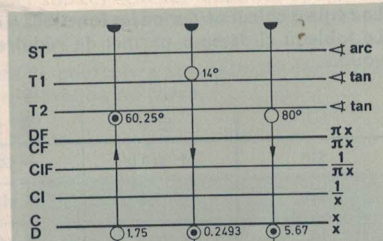


Fig. 31 Tangentes

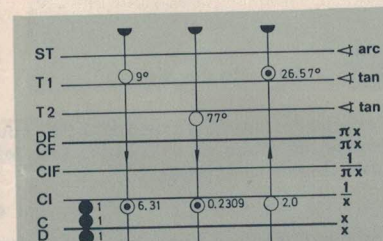


Fig. 32 Cotangentes

15.3 L'échelle ST

Lorsqu'on veut déterminer $\sin \alpha$ et $\text{tg } \alpha$ pour $\alpha < 5,5^\circ$ ou $\cos \alpha$ et $\text{cot } \alpha$ pour $\alpha > 84,5^\circ$, on part de l'approximation:

$$\sin \alpha \approx \text{tg } \alpha \approx \cos (90^\circ - \alpha) \approx \cot (90^\circ - \alpha) \approx \frac{\pi}{180} \alpha^\circ = 0,01745 \alpha$$

L'échelle ST est chiffrée de $0,55^\circ$ à 6° , mais elle est graduée en radians, ce qui permet la lecture précise des radians sur l'échelle D et l'approche des sinus et tangentes des petits angles. Le chiffrage rouge, de droite à gauche, de l'échelle ST, allant de 84° à $89,45^\circ$ est valable pour les cosinus et cotangentes correspondantes.

La correspondance entre $\sin \alpha$, $\text{tg } \alpha$ et $\text{arc } \alpha$ est bonne jusqu'à 4° ,

$$\text{p. e. } \sin 4^\circ = 0,0698, \quad \text{tg } 4^\circ = 0,0699 \text{ et } \text{arc } 4^\circ = 0,0698.$$

Pour les angles plus grands on emploie de préférence la formule

$$\sin \alpha \approx \alpha \times \frac{\sin 6^\circ}{6^\circ} \text{ ou } \text{tg } \alpha \approx \alpha \times \frac{\text{tg } 6^\circ}{6^\circ}.$$

Exemples:

$$\sin 4,7^\circ = 4,7^\circ \times \frac{\sin 6^\circ}{6^\circ} = 0,0819$$

$$\sin 5,3^\circ = 5,3^\circ \times \frac{\sin 6^\circ}{6^\circ} = 0,0924$$

$$\text{tg } 4,7^\circ = 4,7^\circ \times \frac{\text{tg } 6^\circ}{6^\circ} = 0,0822$$

$$\text{tg } 5,3^\circ = 5,3^\circ \times \frac{\text{tg } 6^\circ}{6^\circ} = 0,0928$$

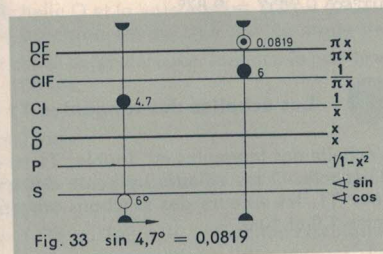


Fig. 33 $\sin 4,7^\circ = 0,0819$

Pour calculer les exemples ci-dessus, nous utilisons les expressions suivantes:

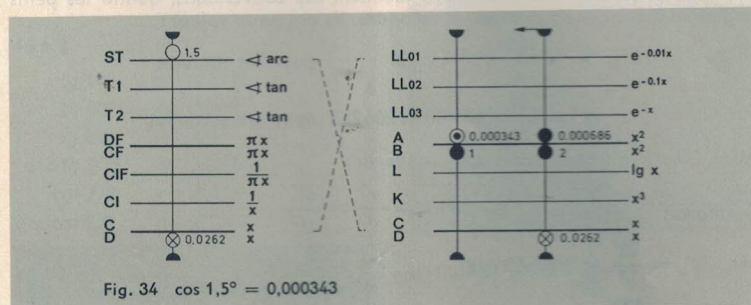
$$\sin \alpha = \frac{\sin 6^\circ}{\frac{1}{\alpha} \times 6^\circ}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{tg } 6^\circ}{\frac{1}{\alpha} \times 6^\circ}$$

A l'aide du curseur, nous posons $\sin 6^\circ$ dans l'échelle S ou $\tan 6^\circ$ dans l'échelle T en face du degré α de l'échelle CI. Ensuite, on amène le curseur sur la valeur 6 de l'échelle des inverses CIF, pour lire le résultat sur l'échelle DF.

La valeur des cosinus pour les angles $\alpha < 5,7^\circ$ et des sinus pour les angles $\alpha > 84,3^\circ$ ne peut être déterminée, au moyen de la règle à calcul, qu'avec une précision toute relative. Des résultats plus précis sont donnés par l'approximation

$$\cos \alpha \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2} \text{ (en rad)}$$



Exemples: $\cos 1,5^\circ = 1 - \frac{0,0262^2}{2} = 0,999657$

Pour calculer le deuxième membre de la série, on pose l'angle 1,5 dans l'échelle ST, à l'aide du curseur, pour lire la valeur de l'angle sur l'échelle D, en radians, et son carré 0,000686 sur l'échelle A. Pour la division, on pose le 2 de l'échelle B sous le trait du curseur, le résultat 0,000343 étant lu sur l'échelle A. Enfin, il suffit de soustraire $1 - 0,000343 = 0,999657$.

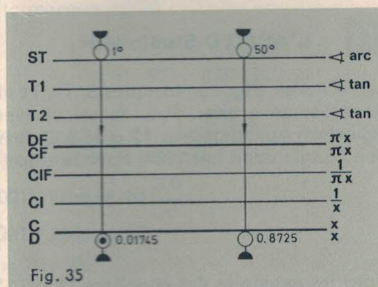
$$\sin 86,5^\circ = \cos 3,5^\circ = 1 - \frac{0,0611^2}{2} = 0,99813$$

15.4 La conversion degrés $\leftrightarrow$ radians

On convertit les degrés en radians, en passant de l'échelle ST à l'échelle D, sous le curseur, parce que l'échelle ST est en fait une échelle de base, décalée de $\pi/180$ par rapport à l'échelle D. On procède en sens inverse, pour convertir radians en degrés. Ce procédé est valable non seulement pour les angles portés sur l'échelle ST, mais — grâce à la graduation décimale — également à tous autres angles, parce que le 1 peut tout aussi bien être lu 0,1°, 10° etc. Seule la virgule se décale en conséquence (fig. 35). Le 1 de l'échelle ST est le repère pour $\pi/180$.

Exemples:

- a) $0,1^\circ = 0,001\ 745\ \text{rad}$
- b) $10^\circ = 0,174\ 5\ \text{rad}$
- c) $5^\circ = 0,087\ 25\ \text{rad}$
- d) $0,5^\circ = 0,008\ 725\ \text{rad}$



Les petits angles, donnés en minutes et secondes, sont convertis d'abord en décimales du grade: $1' = 1/60^\circ$ et $1'' = 1/3600^\circ$ (voir aussi 15.5 et 19.1 ci-dessous). Par la pose du 6 ou du 36 de l'échelle CF sous la valeur 1° de l'échelle ST, on obtient une table de conversion très commode.

15.5 Les repères q' et q''

Les repères q' et q'' de l'échelle C facilitent ces conversions, quand les petits angles sont donnés en minutes et secondes. Ils ont pour valeur:

$$q' = \frac{180}{\pi} \times 60 = 3438 \quad \text{pour les minutes}$$

$$q'' = \frac{180}{\pi} \times 60 \times 60 = 206265 \quad \text{pour les secondes}$$

Ainsi, il suffit d'une division pour convertir:

$$\text{arc } \alpha = \frac{\alpha'}{q'} = \frac{\alpha''}{q''}$$

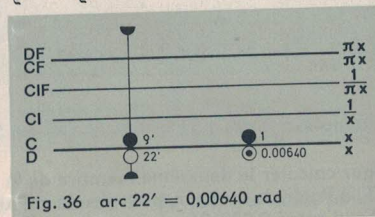
Exemples:

$$\text{arc } 22' = \frac{22'}{q'} = 0,00640 \text{ rad}$$

$$\text{arc } 400' = \frac{400'}{q'} = 0,1163 \text{ rad}$$

$$\text{arc } 17'' = \frac{17''}{q''} = 0,0000824 \text{ rad}$$

$$\text{arc } 380'' = \frac{380''}{q''} = 0,001843 \text{ rad}$$



L'utilisation de ces repères q rend très facile le calcul avec des petits angles et des petits arcs de tous rayons voulus.

$$\alpha = \frac{b}{r} q, \text{ quand on cherche l'angle}$$

$$b = \frac{\alpha r}{q}, \text{ quand on cherche la longueur de l'arc.}$$

Exemples:

$$\alpha = \frac{0,6}{45} \times q' = 45,8'$$

$$b = \frac{48'' \times 67}{q''} = 0,0156$$

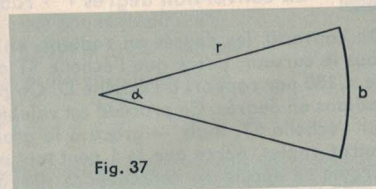


Fig. 37

15.6 L'ARISTO-Studio 400^g

Les échelles trigonométriques S, T1, T2 et ST de l'ARISTO-Studio 0968/400^g sont graduées en grades. Pour le calcul avec les échelles trigonométriques, on se reportera aux chapitres 15 à 15.5 ci-dessus. Les exemples changent en ce sens que l'angle droit fait 100^g. Pour le calcul des cofonctions:

$$\cos \alpha = \sin (100^g - \alpha)$$

$$\text{tg } \alpha = \text{tg } (100^g - \alpha) = \frac{1}{\text{tg } \alpha}$$

Voici les exemples des chapitres 15.1 à 15.5, adaptés aux graduations 400^g:

15.6.1

$$\begin{aligned}\sin 26^\circ &= 0,397 \\ \sin 82^\circ &= \sqrt{1 - \cos^2 82^\circ} = 0,9063 \\ \arcsin 0,54 &= 36,3^\circ \\ \cos 75^\circ &= 0,383 \\ \cos 7^\circ &= \sqrt{1 - \sin^2 7^\circ} = 0,99396 \\ \arccos 0,9852 &= 10,97^\circ\end{aligned}$$

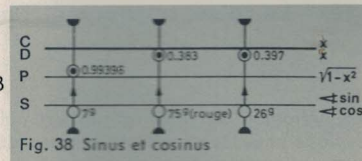


Fig. 38 Sinus et cosinus

15.6.2

$$\begin{aligned}\lg 14^\circ &= 0,2235 \\ \lg 80^\circ &= 3,078 \\ \lg 85^\circ &= 4,17 \\ \arctg 1,75 &= 66,95^\circ \\ \cot 77^\circ &= 0,378 \\ \arccot 2,0 &= 87,44^\circ\end{aligned}$$

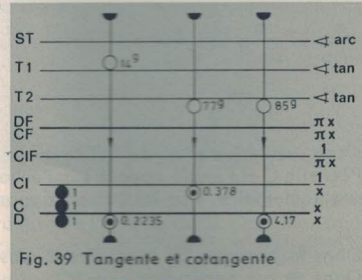


Fig. 39 Tangente et cotangente

$$15.6.3 \sin \alpha \approx \lg \alpha \approx \cos (100^\circ - \alpha) \approx \cot (100^\circ - \alpha) \approx \frac{\pi}{200^\circ} \alpha^\circ = 0,01571 \alpha$$

Pour les grands angles sin et les petits angles cos, on utilise une approximation avec le début d'un développement,

$$\begin{aligned}\text{P. e.} \quad \cos 2^\circ &= 1 - \frac{0,03142^2}{2} = 1 - 0,000494 = 0,999506 \text{ (fig. 40)} \\ \sin 95^\circ &= \cos 5^\circ = 1 - \frac{0,0786^2}{2} = 1 - 0,00308 = 0,99692\end{aligned}$$

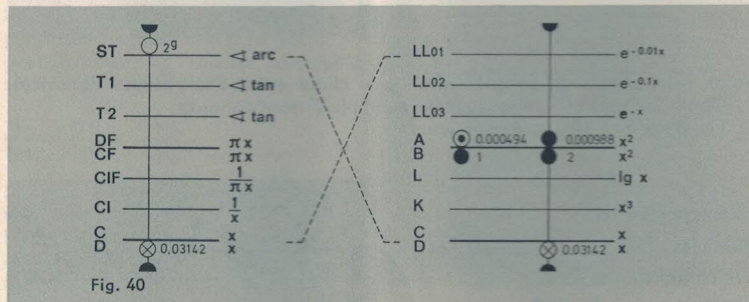


Fig. 40

15.6.4 L'échelle ST de l'ARISTO-Studio 400^g est une échelle de base, décalée de $\pi/200$. Le 1 de cette échelle est la marque $\pi/200$.

- a) $0,1^\circ = 0,001571 \text{ rad}$
- b) $10^\circ = 0,1571 \text{ rad}$
- c) $0,5^\circ = 0,007854 \text{ rad}$
- d) $5^\circ = 0,07854 \text{ rad}$

15.6.5 Etant donné que les grades sont gradués en décimales, la suite des chiffres est identique pour grades, minutes et secondes:

$$\begin{aligned}g^g &= 63,66 = \frac{200}{\pi} \\ g^c &= 6366 \\ g^{cc} &= 636600\end{aligned}$$

16. Le calcul trigonométrique de triangles plans

La définition de sinus est un exemple typique pour les avantages du calcul des proportions avec la règle à calcul.

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

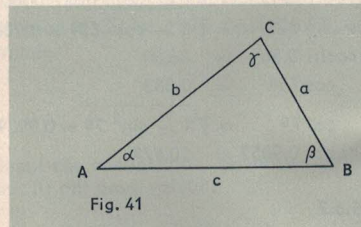


Fig. 41

Après avoir posé un de ces rapports en mettant face à face la longueur sur l'échelle C et l'angle opposé sur l'échelle S, on lit, sans manœuvre supplémentaire, tous les autres rapports angle/côté opposé et vice versa.

Dans la pratique, on rencontre le plus souvent le calcul de triangles rectangles. Dans ce cas particulier, $\gamma = 90^\circ$, et par voie de conséquence $\alpha = 90^\circ - \beta$ et $\beta = 90^\circ - \alpha$. La définition du sinus se présente alors sous la forme suivante:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{1} = \frac{a}{\cos \beta} = \frac{b}{\cos \alpha}$$

et $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$.

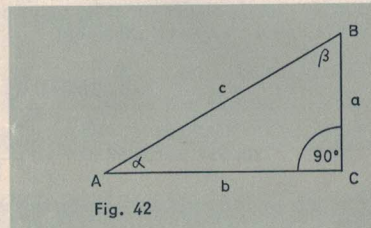


Fig. 42

Selon les données du problème, on a le choix entre deux modes de calcul:

1. Deux données quelconques (sauf exemple 2) sont connues.
2. Les deux cathètes sont connues.

Exemple (cas 1):

Données $c = 5$, $a = 3$

On cherche α, β, b

Formule $\beta = 90^\circ - \alpha$

$$\frac{c}{1} = \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\cos \alpha}$$

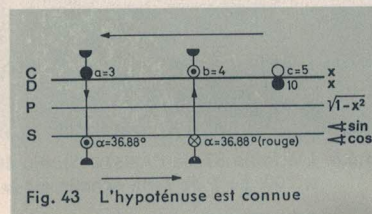


Fig. 43 L'hypoténuse est connue

Posons l'hypoténuse 5 (échelle C) en face du 1 (échelle D), en remplacement de $\sin 90^\circ$; nous pouvons alors lire l'angle correspondant $\alpha = 36,88^\circ$ sur l'échelle S. Laissons la règle inchangée et amenons le curseur sur $36,88^\circ$ (chiffre rouge de l'échelle S), pour lire sur l'échelle C le côté $b = 4$, opposé à l'angle β .

Nous procédons de la même manière, lorsqu'une cathète et un angle sont connus: nous posons sur les échelles S et C le rapport sinus cathète/angle opposé. Dans certains cas, on préférera se servir de l'échelle CF au lieu de l'échelle C, pour éviter la permutation de la règle.

Exemple (cas 2):

Données $a = 3, b = 6$

On cherche α, β, c

$$\text{Formule: } \operatorname{tg} \alpha = a \times \frac{1}{b}$$

$$\sin \alpha = a \times \frac{1}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = 3 \times \frac{1}{6} \rightarrow \operatorname{tg} \alpha < 1$$

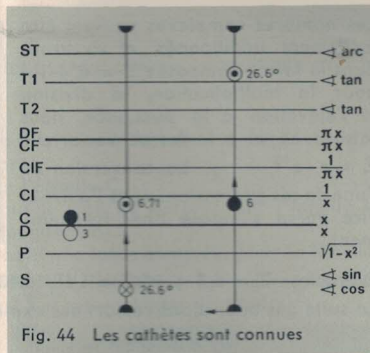


Fig. 44 Les cathètes sont connues

Nous amenons le 1 de l'échelle C en face de la cathète la plus petite, 3, pour trouver $\alpha = 26,6^\circ$ sur l'échelle T1 en regard du 6 de l'échelle CI. Si, pour la même position de la règle, nous amenons le curseur sur la valeur $26,6^\circ$ (échelle S),

nous trouvons le résultat, $c = 6,71$, sur l'échelle CI, car $\sin \alpha$ étant $\frac{a}{c}$, nous

obtenons la proportion $\frac{a}{1} = \frac{\sin \alpha}{1/c} \cdot \beta = 90^\circ - 26,6^\circ = 63,4^\circ$.

Si $a > b$, et par conséquent $\alpha > 45^\circ$, l'angle est recherché non sur l'échelle T1, mais sur l'échelle T2. Le mode de calcul en lui-même ne change pas.

Exemple (cas 2 bis):

Données $a = 2, b = 4,5$

On cherche α, β, c .

Si l'on veille, dans le calcul de triangles rectangles que la cathète la plus petite soit toujours désignée par a , on peut trouver les valeurs cherchées selon la proportion suivante:

$$\frac{1}{1/a} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{1/b} = \frac{\sin \alpha}{1/c}$$

La plus petite des cathètes, $a = 2$, est posée sur CI en face de la fin 10 de l'échelle D. En regard de $b = 4,5$ (CI), on lit sur T1 l'angle $\alpha = 23,95^\circ$. Ensuite, on amène le curseur sur $\sin 23,95^\circ$ (S), pour lire l'hypoténuse $c = 4,92$ sur l'échelle CI. $\beta = 90^\circ - 23,95^\circ = 66,05^\circ$.

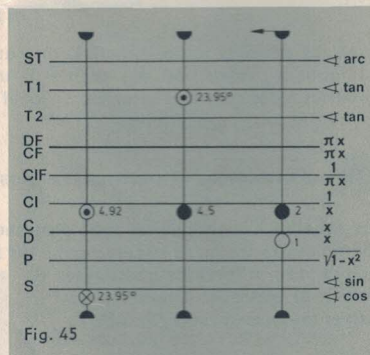


Fig. 45

16.1 Les nombres complexes

Ces deux modes de calcul pour triangles rectangles sont particulièrement indiqués dans les calculs vectoriels et de coordonnées, ainsi que dans les opérations avec nombres complexes. Dans ces problèmes, il s'agit toujours de la conversion de coordonnées rectangulaires en coordonnées polaires et vice versa.

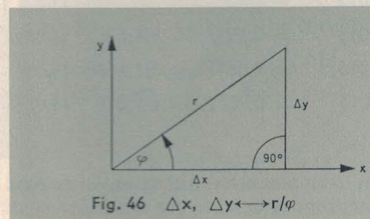


Fig. 46 $\Delta x, \Delta y \leftrightarrow r/\varphi$

Les nombres complexes peuvent être facilement additionnés et soustraits dans la forme composée $Z = a + ib$; pour la multiplication, la division et l'élevation à la puissance, nous faisons appel à la forme vectorielle $Z = r \cdot e^{i\varphi} = r/\varphi$. La conversion de l'une de ces expressions dans l'autre et vice versa s'impose donc fréquemment.

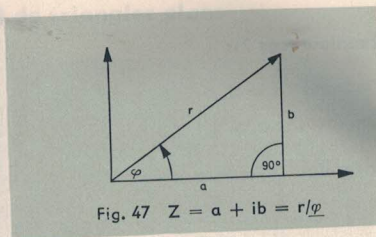


Fig. 47 $Z = a + ib = r/\varphi$

Exemples: $Z = 4,5 + i 1,3 = 4,68/16,13^\circ$ $Z = 6,7/49^\circ = 4,39 + i 5,05$
La suite des opérations ressort des explications ci-dessus et de fig. 47.

17. Les échelles exponentielles LL1 à LL3 et LL01 à LL03

Les échelles exponentielles bilogarithmiques sont alignées sur les échelles de base. La gamme de 10^{-5} à 10^5 est sous-divisée en six échelles. Les trois échelles e^{-x} (LL 0) vont de 10^{-5} à 0,99 et les trois échelles e^x (LL) de 1,01 à 10^5 . Les valeurs lues sur les échelles exponentielles sont réelles, ce qui veut dire que 1,35 ne peut pas signifier en même temps 13,5 ou 135, comme sur les échelles de base.

Les échelles LL donnent les inverses des échelles LL 0. Elles permettent de déterminer les inverses des nombres $< 2,5$ avec une plus grande précision que les échelles CI et CIF.

Exemple: $\frac{1}{1,0170} = 0,98328$

Avec les échelles exponentielles, on ramène l'élevation à la puissance à une addition et l'extraction des racines à une soustraction de deux longueurs. A l'intérieur des gammes offertes, on peut donc calculer toutes puissances, toutes racines et tous logarithmes.

17.1 Puissances et racines à exposant 10 et 100

Les échelles exponentielles sont disposées de sorte à permettre la lecture de la 10ème puissance ou la 10ème racine sur l'échelle adjacente, suivant le sens de la lecture. Les différentes possibilités de lecture et quelques exemples sont illustrés ci-dessous (voir fig. 48).

Exemples:

$1,015^{10} = 1,1605$

LL2

$1,015^{100} = 4,43$

LL3

$1,015^{-100} = 0,2257 = 1/4,43$

LL03

$1,015^{-10} = 0,8617 = 1/1,1605$

LL02

$1,015^{-1} = 0,98522 = 1/1,015$

LL01

Lecture sur l'échelle

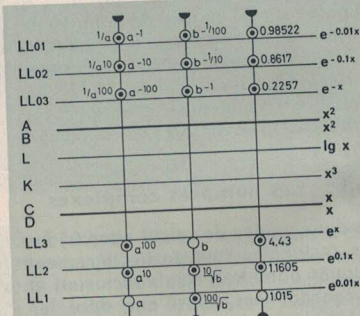


Fig. 48 Les corrélations entre les échelles LL

Les exemples ci-dessus, assez rares dans la pratique, sont destinés à mieux faire comprendre la structure des échelles LL.

17.2 Puissances $y = a^x$

On élève à la puissance avec les échelles LL, tout comme on multiplie avec les échelles de base.

Opérations:

- Amener le début ou la fin de l'échelle C en face de la base «a» de l'échelle LL appropriée, en se servant du curseur.
- Placer le curseur sur l'exposant x de l'échelle C.
- Lire la valeur de la puissance y sous le trait du curseur, sur l'échelle LL appropriée (voir tableau des correspondances).

Par la pose de la valeur de base, on établit une table complète pour la fonction $y = a^x$. La fig. 49 représente la disposition des échelles pour la fonction $y = 3,2^x$, le trait du curseur couvrant l'exposant 2,5 et ses variantes décimales.

Exemples:

$3,2^{2,5} = 18,3$	LL3
$3,2^{0,25} = 1,338$	LL2
$3,2^{0,025} = 1,02955$	LL1
$3,2^{-2,5} = 0,0546$	LL03
$3,2^{-0,25} = 0,7476$	LL02
$3,2^{-0,025} = 0,97134$	LL01
$3,2^{3,1} = 36,8$	LL3
$3,2^{0,36} = 1,520$	LL2

Lecture sur échelle

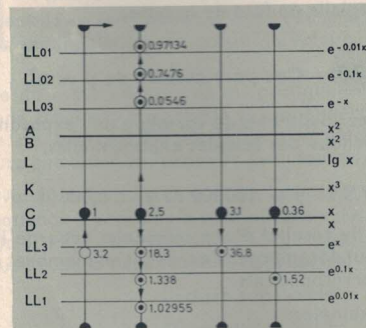


Fig. 49 Puissances

Règles de lecture:

- Pour les exposants positifs, on pose les données et on lit les résultats dans le même groupe d'échelles — LL1 à LL3 ou LL01 à LL03 —. On reste donc dans les chiffreages de même couleur.

Quand on calcule avec des exposants négatifs, on doit passer d'un groupe d'échelles à l'autre (changement de couleurs).

- Quand la virgule de l'exposant se déplace d'une décimale vers la gauche (voir exemples fig. 49), on passe pour la lecture à l'échelle LL adjacente de valeur inférieure.

- Lorsqu'on recherche la base avec l'extrémité droite de la règle, on effectue la lecture sur l'échelle LL adjacente de valeur supérieure (fig. 52).

Pour $0 < a < 1$, on trouve les puissances d'exposants positifs dans le groupe d'échelles LL01 à LL03 et celles d'exposants négatifs dans le groupe LL1 à LL3.

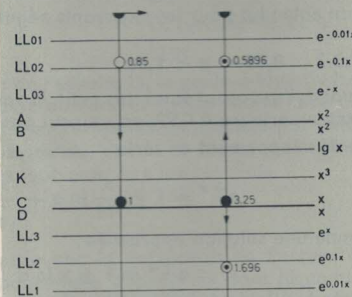


Fig. 50 Base < 1

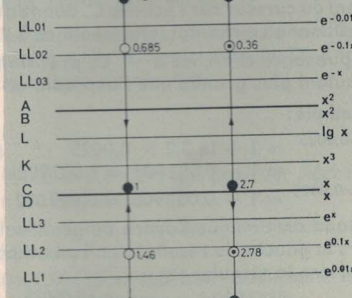


Fig. 51 Base en face du début de C

Exemples :

$$\left. \begin{aligned} 0,85^{3,25} &= 0,5896 \\ 0,85^{-3,25} &= 1,696 \end{aligned} \right\} \text{ voir fig. 50}$$

$$\left. \begin{aligned} 1,46^{2,7} &= 2,78 \\ 1,46^{-2,7} &= 0,36 \\ 0,685^{2,7} &= 0,36 \\ 0,685^{-2,7} &= 2,78 \end{aligned} \right\} \text{ voir fig. 51 ou 52}$$

Pour résoudre ces exemples, on peut poser soit le début, soit la fin de la règle en face de la base.

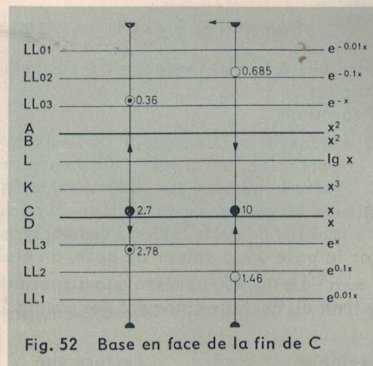


Fig. 52 Base en face de la fin de C

17.3 Cas particuliers de $y = a^x$

Les possibilités de variation de l'exposant et de la base sont limitées par la seule étendue des échelles exponentielles.

17.3.1 $y > 100000$ et $y < 0,00001$

Si le résultat d'une puissance déborde l'étendue des échelles exponentielles, il faut décomposer l'exposant en membres d'une somme et la puissance en facteurs correspondants.

Exemple :

$$3,14^{19} = 3,14^{6+6+7} = (3,14^6)^2 \times 3,14^7 = 0,955^2 \times 10^6 \times 3,02 \times 10^3 = 2,76 \times 10^9$$

Bien entendu, pour les exposants négatifs, on procède de la même façon.

17.3.2 $0,99 < y < 1,01$

Quand, l'exposant étant très petit, la valeur de la puissance est inférieure à 1,01, mais supérieure à 0,99, on ne peut pas lire le résultat dans les échelles LL.

Le développement en série

$$a^{\pm x} = 1 \pm \frac{x}{1!} \ln a + \frac{x^2}{2!} \ln^2 a \pm \frac{x^3}{3!} \ln^3 a + \dots$$

donne une solution approchée :

$$a^{\pm x} \approx 1 \pm x \ln a \quad \text{pour } |x \ln a| \ll 1$$

Quand, à l'aide du curseur, on place le 1 de l'échelle C en face de la base a dans l'échelle LL, elle se situe également en regard de la valeur $\ln a$ dans l'échelle D (voir chapitres 17.4 et 17.6) ; une multiplication par x , au moyen d'un déplacement du curseur sur l'échelle C, donne dans l'échelle D la lecture $x \ln a$. Lorsqu'on additionne ce résultat intermédiaire à 1 ou quand on l'en retranche, on obtient la puissance cherchée $a^{\pm x}$. La précision obtenue par cette méthode de calcul est d'autant plus grande que l'exposant est petit.

Exemple :

$$3,2^{0,0025} \approx 1 + \ln 3,2 \times 0,0025 \quad (\text{comme suite à l'exemple } 3,2^x)$$

$$\approx 1 + 0,002908 = 1,002908$$

$$3,2^{-0,0025} \approx 1 - 0,002908 = 0,997092$$

Quand on diminue l'ordre de grandeur de l'exposant en déplaçant la virgule vers la gauche, le résultat s'en ressent par le seul nombre des zéros ou des neufs derrière la virgule.

$$3,2^{0,00025} = 1,0002908$$

17.3.3 $0,99 < a < 1,01$

Quand, dans la puissance $y = a^x$, la base est plus grande que 0,99, mais plus petite que 1,01, on emploie également une approximation.

D'après le développement en série précédent, $a^{\pm x} \approx 1 \pm x \ln a$. Comme a est très voisin de 1, on peut écrire $a = 1 \pm n$, ce qui nous donne:

$$a^x = (1 \pm n)^x \approx 1 + x \ln(1 \pm n)$$

$$\ln(1 \pm n) = \pm n - \frac{n^2}{2} \pm \frac{n^3}{3} - \dots$$

$$\ln(1 \pm n) \approx \pm n \quad (\text{pour } |n| \ll 1)$$

$$(1 \pm n)^x \approx 1 \pm nx \quad (\text{pour } |nx| \ll 1)$$

$$(1 \pm n)^{-x} \approx 1 \mp nx \quad (\text{pour } |nx| \ll 1)$$

Si les échelles LL ne suffisent pas, on peut de ce fait continuer avec l'échelle D qui fait pratiquement suite aux échelles exponentielles, en posant la valeur $|n|$ à la place de $1 \pm n$.

La position de 1 de l'échelle C en face du n sur l'échelle D est pratiquement identique à la position $\ln(1 \pm n)$ dans une échelle exponentielle qui continuerait dans la gamme de 1,001 à 1,01 ou de 0,99 à 0,999 etc. L'approximation $\ln(1 \pm a) \approx n$ gagne en précision à mesure que diminue l'ordre de grandeur de n .

Ensuite, on procède comme pour l'élévation à la puissance. Tous les résultats lus sur l'échelle D, sont en fait la conséquence d'une simple multiplication nx et doivent être complétés par l'addition de 1. Pour les exposants plus grands, les résultats peuvent être lus directement sur l'échelle exponentielle appropriée.

Exemples:

$$1,0023^{3,7} = (1 + 0,0023)^{3,7} = 1,00851$$

$$1,0023^{3,7} = 1,0888$$

$$0,9977^{3,7} = (1 - 0,0023)^{3,7} = 0,99149$$

$$0,9977^{3,7} = 0,9184$$

Lecture sur l'échelle

D, ajouter 1

LL1

D, retrancher de 1

LL01

Quand on amène le curseur sur le début de l'échelle D, le porte-à-faux du trait 1,01 de l'échelle LL1 par rapport au repère du curseur permet de se faire une idée de la tolérance avec laquelle il faut compter quand on procède par calcul d'approximation. Cette erreur est la plus grande, quand on se sert de l'échelle auxiliaire D tant pour poser des données, que pour lire les résultats.

17.3.4 Amélioration de la précision

La précision du calcul peut être améliorée par la correction de l'erreur de l'échelle C par rapport à l'échelle exponentielle appropriée dans la gamme de 1,001 à 1,01, en tenant compte du facteur carré du développement en série.

A) $\ln(1 \pm n) \approx \pm n (1 \mp n/2)$ pour la pose de la base sur l'échelle D

B) $e^{\pm x} \approx 1 \pm x(1 \pm x/2)$ pour la lecture sur l'échelle D

Si le résultat est lu sur l'une des échelles exponentielles, il suffit de corriger selon la formule A. Si par contre on calcule avec la seule échelle D, il faut corriger tant la pose des données que la lecture du résultat.

Exemples:

$$1,0023^{3,7} = 1,00854$$

$$0,0023 \times (1 - 1/2 \times 0,0023) = 0,0023 \times 0,99885 = 0,002297 \text{ est posé sur l'échelle D, avec le 1 de la règle, au lieu de } n = 0,0023.$$

L'élévation à la puissance $1 + 0,002297 \times 3,7$ donne 1,00850. Cette lecture, sur l'échelle D, doit être corrigée selon la formule B:

$$0,00850 \times (1 + 1/2 \times 0,00850) = 0,00850 \times 1,00425 = 0,00854. \text{ Additionné à 1, ce résultat donne finalement } 1,00854 \text{ (ou plus exactement: } 1,0085362).$$

Ce calcul paraît à première vue assez compliqué; mais l'exercice aidant, il devient plus facile. Enfin, les corrections peuvent être posées «à vue de nez». La correction n'est plus nécessaire quand la base est $< 1,001$, parce que l'approximation atteint alors la précision même de la règle à calcul.

17.4 Puissances $y = e^x$

$y = e^x$ est un cas particulier qui découle de la position zéro de la règlette, car alors la base est le nombre $e = 2,718$. Comme cette position de l'échelle D par rapport aux échelles exponentielles est fixe, il suffit de poser l'exposant avec le curseur sur l'échelle D, pour obtenir les puissances de la base e . Prenons comme exemple l'exposant 1,489 avec ses variantes décimales:

$$\begin{aligned} e^{1,489} &= 4,43 \\ e^{0,1489} &= 1,1605 \\ e^{0,01489} &= 1,015 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e^{-1,489} &= 0,2257 \\ e^{-0,1489} &= 0,8617 \\ e^{-0,01489} &= 0,98522 \end{aligned}$$

Dans d'autres variantes, on arrive de nouveau à la correspondance avec $e^{\pm x} \approx 1 \pm x$.

$$e^{0,001489} = 1,001489$$

17.5 Racines $a = \sqrt[x]{y}$

Avec les échelles exponentielles on peut extraire des racines de tous indices voulus. L'extraction des racines, inversion de l'élevation à la puissance, ressemble à une division avec les échelles LL et l'échelle de base C. Après avoir posé la puissance $3,2^{2,5} = 18,3$ selon chapitre 17.2, on peut lire en sens inverse

$$\sqrt[2,5]{18,3} = 3,2.$$

Opération:

- On place face à face sur l'échelle LL et l'échelle de base C le nombre y et l'exposant x .
- On lit la valeur de la racine, sous le début ou la fin de la règlette, sur l'échelle LL appropriée.

Les règles de lecture, énoncées au chap. 17.2 sont également appliquées ici. Attention: si le résultat est recherché sous l'extrémité droite de la règlette, il doit être lu sur l'échelle adjacente immédiatement inférieure (LL1 à LL3 ou LL01 à LL03).

Exemples:

$$\begin{aligned} \frac{0,77}{\sqrt{21}} &= 52,1 & \frac{1}{0,77} &= 0,0192 \\ \frac{7,7}{\sqrt{21}} &= 1,485 & \frac{1}{7,7} &= 0,0129 \\ \frac{77}{\sqrt{21}} &= 1,0403 & \frac{1}{77} &= 0,00129 \end{aligned}$$

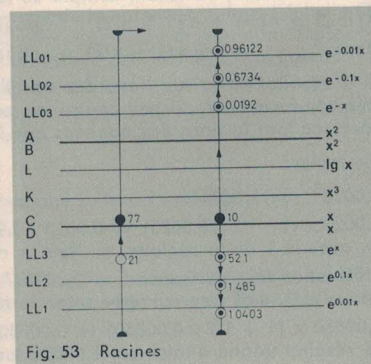


Fig. 53 Racines

17.6 Logarithmes

17.6.1 Logarithmes de toute base voulue

Avec les échelles exponentielles, on peut calculer tous logarithmes voulus, par inversion de l'élevation à la puissance. La solution ressort parfaitement d'une confrontation avec l'élevation à la puissance et son inversion :

$$y = a^x \quad x = \log_a y \text{ (lire: logarithme } y \text{ de base } a).$$

La recherche d'un logarithme correspond à un problème d'élevation à la puissance, dans lequel on cherche l'exposant.

Mode de calcul:

- Amener le curseur sur la base a de l'échelle LL.
- Poser le début ou la fin de la règle sous le trait du curseur.
- Poser le nombre y de l'échelle LL sous le trait du curseur.
- Lire le logarithme sous le trait du curseur, sur l'échelle C.

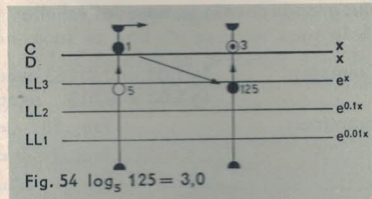


Fig. 54 $\log_5 125 = 3,0$

La position de la virgule ressort de la relation $\log_a = 1$

Quand on pose le début de la règle en regard de la base a , on trouve à la droite de la valeur a les logarithmes plus grands que 1, et à gauche les logarithmes plus petits que 1.

Lecture:

- A chaque passage à l'échelle LL adjacente — dans l'ordre LL3, LL2, LL1 et LL03, LL02, LL01 — correspond un déplacement de la virgule du logarithme vers la gauche. Quand on passe à l'échelle supérieure, ce déplacement de la virgule s'effectue en sens inverse.
- Les logarithmes sont positifs, lorsque le nombre et la base sont posés sur des échelles LL de même couleur (ils sont négatifs, quand ces données sont posées sur échelles de couleurs différentes).

Exercices:

$$\log_2 16 = 4,0$$

$$\log_2 1,02 = 0,02857$$

$$\log_2 0,25 = -2$$

17.6.2 Les logarithmes décimaux

Lorsqu'on pose le 1 de l'échelle C en regard de la base 10, lue sur l'échelle LL3, on peut lire sur l'échelle C le logarithme décimal de chaque nombre, posé sur l'échelle LL (fig. 55 et 56).

Pour les logarithmes décimaux dont on a souvent besoin, on trouve en plus, sur la règle, l'échelle L habituelle qui ne donne que les mantisses pour les nom-

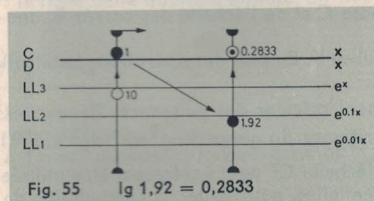


Fig. 55 $\lg 1,92 = 0,2833$

bres, posés à l'échelle C. Comme quand on emploie une table de logarithmes, on forme la caractéristique selon la règle «nombre de chiffres moins 1» et on l'ajoute à la mantisse. Pour tout nombre posé dans l'échelle C, on lit la mantisse sur l'échelle L. Inversement, on obtient le nombre à partir du logarithme.

Quand on utilise l'échelle L, on déplace seulement le curseur; la recherche des logarithmes décimaux est donc, plus simple qu'avec les échelles LL. Par contre, la précision des résultats est plus grande pour la gamme de l'échelle LL 1.

Exemple: $\lg 1,03 = 0,01283$ avec l'échelle LL1
 $\lg 1,03 = 0,013$ avec l'échelle L

Exercices:

$\log_{10} 50$	$= 1,699$
$\log_{10} 2$	$= 0,301$
$\log_{10} 1,03$	$= 0,01283$
$\log_{10} 0,015$	$= -1,824$
$\log_{10} 0,5$	$= -0,3010$
$\log_{10} 0,1$	$= -1$
$\log_{10} 6$	$= 0,778$
$\log_{10} 1,14$	$= 0,0569$
$\log_{10} 1,015$	$= 0,00647$

Quand on lit sous la fin de l'échelle C, les valeurs se trouvent à gauche de la base, sont donc < 1 , par exemple $\log_{10} 9 = 0,954$. Les logarithmes des nombres < 1 sont négatifs.

17.6.3 Les logarithmes naturels

Les logarithmes naturels de base «e» sont obtenus par le simple passage des échelles exponentielles à l'échelle de base D (fig. 57).

Exercices:

$\ln 4,375 = 1,475$
 $\ln 0,622 = -0,475$
 $\ln 0,05 = -2,994$

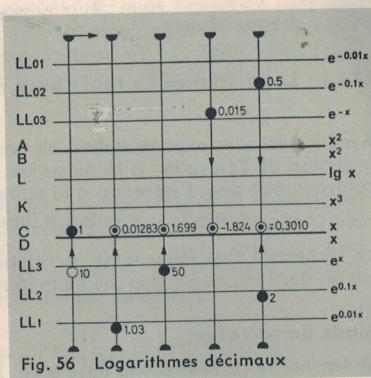


Fig. 56 Logarithmes décimaux

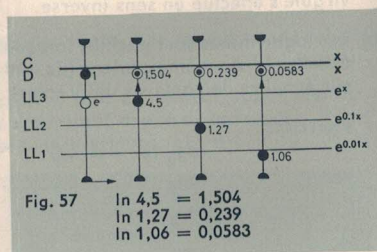


Fig. 57 $\ln 4,5 = 1,504$
 $\ln 1,27 = 0,239$
 $\ln 1,06 = 0,0583$

18. Autres applications des échelles exponentielles

Sur le côté des échelles exponentielles, la réglette porte, en plus de l'échelle de base C et de l'échelle des carrés B, une échelle des mantisses L et l'échelle des cubes K. En plus des opérations habituelles x^2 , x^3 , $\sqrt{x}$, $\sqrt[3]{x}$ et $\lg x$, on peut également calculer des puissances des expressions $a^{\sqrt{x}}$, $a^{\sqrt[3]{x}}$, a^{10^x} , ainsi que des logarithmes du genre ${}^a\log^2 x$, ${}^a\log^3 x$, $\lg^a \log x$.

L'échelle CF peut également être utilisée en corrélation avec les échelles exponentielles, pour éviter la permutation de la réglette.

18.1 Calcul des proportions avec les échelles exponentielles

Lorsque le début de l'échelle C fait face à une base a sur une des échelles LL, on peut lire, pour cette base, les puissances de tous exposants voulus et les logarithmes de tous nombres donnés. La base a , posée sur une échelle LL, est un facteur de proportionnalité.

$$18.1.1 \quad y_1 = a^n \quad y_2 = a^m$$

$$\log y_1 = n \times \log a \quad \log y_2 = m \times \log a$$

$$\frac{\log a}{1} = \frac{\log y_1}{n} = \frac{\log y_2}{m}$$

$$\text{ou} \quad \frac{\ln a}{1} = \frac{\ln y_1}{n} = \frac{\ln y_2}{m}$$

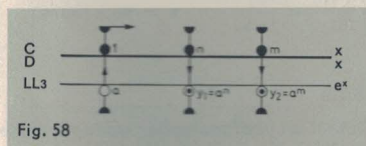


Fig. 58

Quand trois valeurs de la proportion sont connues, on peut calculer la quatrième; il suffit de poser la première proportion, pour en voir du premier coup d'œil une multitude d'autres. Nous sommes une fois de plus en présence d'un des avantages majeurs de la règle à calcul, du principe des proportions. Il suffit de chercher à poser tous les problèmes qui s'y prêtent, sous forme de rapports.

18.1.2

$$y = a^{\frac{m}{n}} \rightarrow \log y = \frac{m}{n} \log a$$

$$\frac{\log y}{m} = \frac{\log a}{n}$$

$$y = 4,3^{\frac{6,8}{2,7}} \rightarrow \frac{\log y}{6,8} = \frac{\log 4,3}{2,7}$$

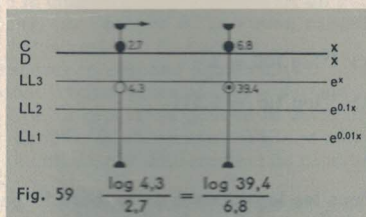


Fig. 59 $\frac{\log 4,3}{2,7} = \frac{\log 39,4}{6,8}$

La pose de 4,3 sur l'échelle LL3 et de 2,7 sur l'échelle C, face à face, donne sous le 6,8 de l'échelle C le résultat 39,4 sur l'échelle LL3.

$$y = \sqrt[2,7]{4,3^{6,8}} \quad \text{ou} \quad y^{2,7} = 4,3^{6,8}$$

18.1.3

De nombreuses lois naturelles peuvent s'énoncer sous forme de rapports, quand la modification d'une donnée variable est proportionnelle au logarithme de la proportionnalité des autres données variables.

$$\log y_2 - \log y_1 = \text{const} (x_2 - x_1)$$

Etant donné d'autre part que $\log a - \log b = \log \frac{a}{b}$, on peut poser cette équation

$$\text{sous la forme} \quad \log \frac{y_2}{y_1} = \text{const} (x_2 - x_1).$$

Une variation qui part de x_1 pour aboutir à x_2 , en fonction de l'intervalle i , entraîne une variation identique $y_1 \rightarrow y_2$.

Si l'on désigne le rapport $\frac{y_2}{y_1}$ par r , soit le reste de la quantité initiale, on peut écrire comme suit l'équation ci-dessus:

$$\frac{\log r}{i} = \text{const} = \frac{\log r_1}{i_1} = \frac{\log r_2}{i_2} = \dots$$

Exemple: La désintégration d'éléments radioactifs.

Un élément se désintègre en 30 jours à raison de 40%; il reste donc 60%. Après combien de jours reste-t-il 20%?

$$i_1 = 30$$

$$r_1 = 0,6$$

$$r_2 = 0,2$$

$$\frac{\log 0,6}{30} = \frac{\log 0,2}{x} \quad x = 94,5 \text{ jours}$$

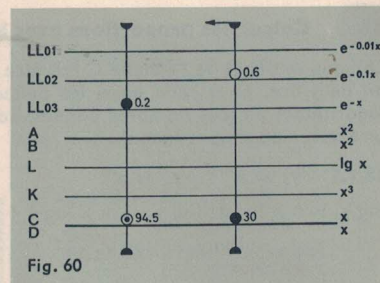


Fig. 60

18.1.4

Quand on veut multiplier un logarithme par une constante, on place face à face sur l'échelle C et sur l'échelle LL la constante et la base du logarithme. On obtient à nouveau de la sorte une table permettant, en lecture directe, la multiplication de la constante avec les logarithmes de la base donnée.

$$x = c^a \log y \text{ est énoncé sous forme de proportion: } \frac{x}{a \log y} = \frac{c}{1} = \frac{c}{a \log a}$$

$$2 \times 10 \log 100 = 4$$

$$2 \times 10 \log 1,8 = 0,511$$

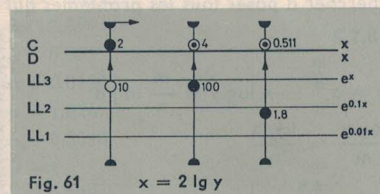


Fig. 61

Tous les logarithmes de la base 10 peuvent être multipliés par 2, quand les échelles sont disposées comme à la fig. 61. Pour les logarithmes des valeurs < 1 on utilise les échelles LL0.

En physique et en électro-acoustique, il faut souvent calculer les Décibels (dB) en fonction d'un rapport d'amplitude donné: $\text{dB} \triangleq 20 \lg \frac{A_1}{A_2}$.

Exemples:

$$20 \text{ dB} = 20 \lg 10$$

$$40 \text{ dB} = 20 \lg 100$$

$$5,11 \text{ dB} = 20 \lg 1,8$$

18.2 Les fonctions hyperboliques

La disposition judicieuse permet de calculer avec assez de facilité les fonctions hyperboliques. Comme les puissances à exposants positifs et négatifs se font face, il suffit d'une seule position du curseur, pour lire e^x et e^{-x} ; les fonctions hyperboliques sont déduites facilement de ces expressions.

$$\sinh x = \frac{1}{2} (e^x - e^{-x}) \quad \cosh x = \frac{1}{2} (e^x + e^{-x})$$

$$\tanh x = \frac{(e^x - e^{-x})}{(e^x + e^{-x})}$$

19. Le curseur et ses repères

19.1 Le repère 36

(Nos 868 et 0968 seulement)

Le curseur porte sur la face avant (fig. 62), en haut à droite, un petit repère qui indique sur les échelles CF/DF la valeur 36, quand le trait central du curseur est

placé au début des échelles C/D. On obtient ainsi une multiplication par 36, quand — pour une position quelconque du curseur — on passe du groupe C/D au groupe CF/DF. Ainsi, le curseur permet de convertir instantanément :

$$1 \text{ heure} = 3600 \text{ secondes}$$

$$1 \text{ m/s} = 3,6 \text{ km/h}$$

$$1^\circ = 3600''$$

$$1 \text{ année} = 360 \text{ jours}$$

$$\kappa_{Al} = 36 \frac{\text{m}}{\Omega \text{ mm}^2} \text{ (conductibilité)}$$

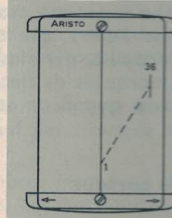


Fig. 62

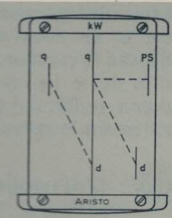


Fig. 63

19.2 Surface du cercle, poids de l'acier en barres

Sur la face arrière du curseur (fig. 63), la distance entre le trait médian et les deux petits traits en haut à gauche et en bas à droite (qui balayent les échelles des carrés) indique le facteur $\pi/4 = 0,785$. Ces repères permettent de calculer les surfaces des cercles ou sections cylindriques selon la formule $q = d^2 \pi/4$. Quand le trait médian du curseur couvre le diamètre d sur l'échelle D, on peut lire la surface du cercle en haut à gauche, sur l'échelle A. Le même rapport existe entre le repère en bas à droite et le trait médian du curseur.

La distance entre le trait médian et les repères correspond également au poids spécifique de l'acier coulé $7,85 \text{ g/cm}^3$. Quand on commence par lire la surface du cercle au trait médian, on peut ensuite lire au repère de gauche le poids des barres d'acier pour l'unité de longueur donnée. Si on amène ensuite le début de l'échelle B sous le repère de gauche, on obtient, par déplacement du curseur, le poids pour toutes les longueurs voulues.

La règle No. 01068 n'offre pas cette facilité, car en raison de la double longueur de la base, le facteur $\pi/4$ n'existe qu'une fois, c'est-à-dire quand on passe du repère de droite au repère de gauche.

19.3 Les repères kW et Ch (PS)

La distance entre le trait médian et le repère en haut à droite correspond au facteur de conversion 736 des kW en Ch et vice-versa. La lecture s'effectue sur les échelles des carrés, comme illustré en fig. 63. Quand par exemple on amène le trait médian sur 20 kW, on peut lire sous le repère de droite 27,2 Ch. Inversement, on obtient sous le trait médian 5,15 kW pour une lecture de 7 Ch sous le repère PS (Ch).

Sur la règle à calcul No 01068, longue de 50 cm, on trouve le symbole kW au repère en haut à gauche. Les mêmes conversions peuvent être faites avec ce repère kW et le repère PS (Ch), situé à droite.

Pour les conversions dans le système anglo-américain, il existe un curseur spécial (No L 0968E), qui porte le repère HP.

19.4 Le démontage du curseur

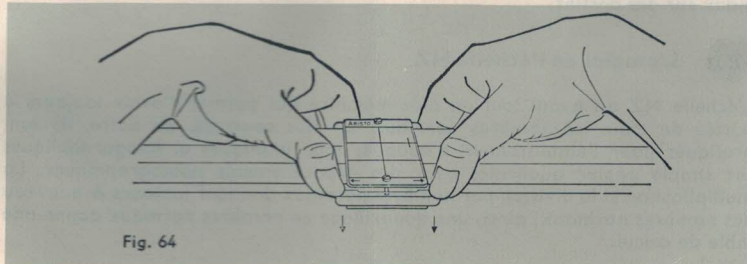


Fig. 64

Les traits et repères du curseur sont ajustés par rapport aux échelles de la règle; aussi, pendant les opérations, peut-on passer d'une face à l'autre de la règle. Le curseur peut être démonté pour nettoyage, sans risque de dérèglement. Les verres du curseur sont fixés aux traverses au moyen de quatre vis d'un côté et de deux vis de l'autre, qui font fonction de bouton-pression. Pour déposer le curseur, on appuie, avec les ongles des deux pouces, sur les extrémités de la traverse marquées de flèches pour ouvrir le bouton-pression. Le bouton supérieur s'ouvre quand on soulève le verre. On peut alors retirer facilement le curseur.

19.5 L'ajustage du curseur

En cas de besoin, par exemple lors du remplacement du curseur, un réglage de ce dernier peut s'imposer. On pose la règle à calcul bien à plat sur la table, le côté du curseur avec les quatre vis vers le haut. On desserre les quatre vis au moyen d'un tourne-vis approprié, et on retourne la règle; on amène le trait du curseur avec précision sur les derniers traits des échelles trigonométriques. Ensuite on retourne la règle, sans déplacer le curseur. Tout en le maintenant fermement, on ajuste également sur l'index 1 le verre du curseur qui se trouve maintenant sur le dessus. Enfin, on resserre les quatre vis à fond.

20. La règle des nombres normaux 1364

(seulement avec 0968 et 01068)

20.1 La conception de l'échelle des nombres normaux (NZ)

Normalisation et standardisation sont devenues deux facteurs essentiels de toute fabrication rationnelle. Aussi, les nombres normaux (NZ) jouent-ils dans la technique un rôle de plus en plus important. Les nombres normaux selon DIN 323 sont des valeurs choisies dans une série géométrique et adaptées au système décimal. Pour en bien comprendre le principe, confrontons l'échelle D logarithmique et l'échelle des mantisses L correspondante.

En face des valeurs des mantisses, réparties à intervalles réguliers sur l'échelle L, on trouve sur l'échelle D les nombres correspondants. Les nombres normaux selon DIN 323 ne sont rien d'autre que les valeurs arrondies de ces nombres.

En supprimant l'échelle D et en reportant ces nombres normaux aux graduations correspondantes de l'échelle des mantisses simplifiée, on obtient une échelle NZ.

En regard des dix traits chiffrés de l'échelle L se trouvent les nombres normaux de la série R 10. Une sous-division de l'échelle L en 20 sections d'égale longueur donne les nombres normaux de la série 20, tandis que la série R 40 est obtenue par 40 sections.

A côté de l'échelle millimétrique, les valeurs des nombres normaux sont indiquées pour la série R 10 par des triangles, pour la série R 20 par des traits et pour la série R 40 par des points, ce qui permet de reporter des nombres normaux sur des dessins.

20.2 L'emploi de l'échelle NZ

L'échelle NZ est avant tout un aide-mémoire qui permet d'avoir toujours à portée de main les nombres normaux les plus courants. En outre, ils sont pratiques pour l'établissement d'abaques logarithmiques et bilogarithmiques sur simple papier quadrillé, pour des dépouillements nomographiques. La multiplication et la division par nombres normaux donnent toujours à nouveau des nombres normaux; ainsi, une quadrillage en nombres normaux donne une table de calcul.

L'association des nombres normaux et des mantisses sur une même échelle offre l'avantage de faciliter et de simplifier les calculs logarithmiques approchés; en effet, en face des nombres normaux, on trouve, sur l'échelle des mantisses, des logarithmes simples qu'il est aisé de soustraire et d'additionner mentalement. En ajoutant la caractéristique, comme on le fait quand on calcule avec la table de logarithmes, on obtient des résultats absolus dont l'erreur ne dépasse pas 3%, lorsqu'on utilise la série R 40.

Dans de nombreux cas, on peut également se servir de l'échelle NZ, quand on veut arrondir généreusement, en posant par exemple $\pi = 3,15$ ou 8 au lieu de $\gamma = 7,85$.

Les mantisses, correspondant aux nombres normaux, sont lues dans l'échelle des mantisses, disposée au-dessus des nombres normaux. On prêtera une attention toute particulière aux caractéristiques dont dépend essentiellement l'exactitude du calcul.

Lorsqu'on calcule avec des formules très complexes, on a intérêt à noter les logarithmes au moment de la lecture, afin de pouvoir vérifier l'addition. Pour exprimer des nombres naturels 1 (p. e. 0,8), il est souvent indiqué d'employer des logarithmes négatifs, p. e. $\lg 0,8 = -0,1$ au lieu de $\lg 0,8 = 0,9 - 1$.

Les échelles L et D permettent des calculs logarithmiques plus précis, car elles constituent une table de logarithmes à trois décimales.

20.3 Echelles logarithmiques

Pour permettre de reporter avec plus de précision des échelles ou des quadrillages logarithmiques, la règle de standardisation est dotée de graduations logarithmiques avec les longueurs de base de 200 mm, 150 mm, 100 mm, 50 mm et 25 mm. Pour les longueurs de base de 125 mm et de 250 mm, on se reportera à la règle de la règle à calcul.

20.4 Facteurs de conversion d'unités non métriques

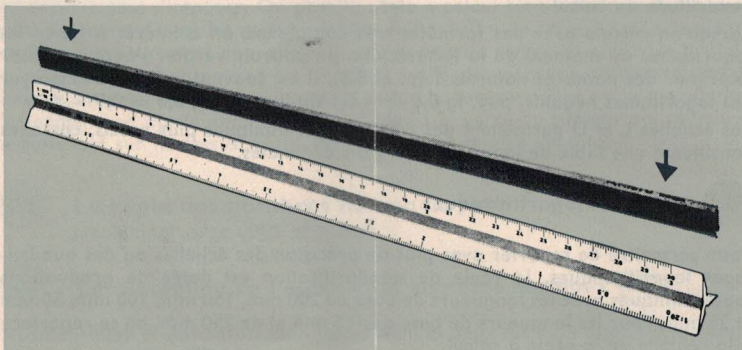
Quand on étudie la littérature professionnelle anglaise et américaine, on a souvent des difficultés pour la conversion des unités non métriques, ce qui nécessite dans bien des cas des recherches pénibles dans des ouvrages appropriés. Les tables de conversion de la règle donnent les principaux coefficients de conversion et rendent souvent ces recherches inutiles. Ces tables sont essentiellement basées sur U. Stille «Messen und Rechnen in der Physik», Editions Vieweg & Sohn.

ARISTO

Règles en étoile ARISTO

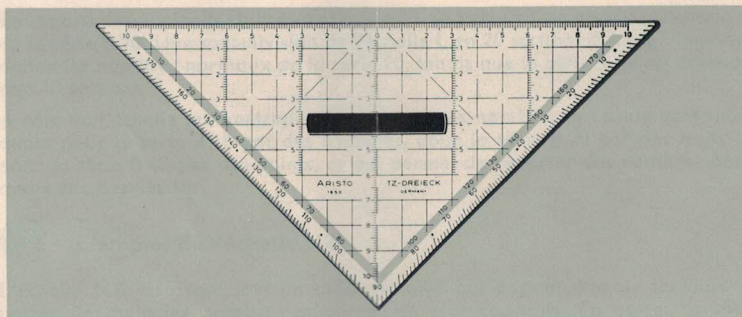
Malgré tous ses avantages indéniables, la règle à section en étoile a eu jusqu'ici un inconvénient: lorsqu'on la prend en mains, on perd beaucoup de temps, en la tournant et en la retournant, pour trouver l'échelle désirée. ARISTO a résolu ce problème.

Désormais, toute règle en étoile ARISTO est livrée avec un guide bicolore amovible qui permet de repérer du premier coup d'œil l'échelle avec laquelle on travaille. En plus, l'arrondi du guide couvre l'arrête vive qui ne gêne plus la main.



Equerre-TZ ARISTO

Cette équerre pratique qui offre de multiples possibilités, est fabriquée en ARISTOPAL, une matière plastique incassable, indéformable et transparente. Des graduations millimétriques à la verticale de l'hypoténuse et le quadrillage par cm facilitent le dessin de parallèles, de figures symétriques, de hachures et d'angles droits, ainsi que le marquage et la lecture de coordonnées rectangulaires. L'équerre-TZ est livrée au choix avec graduation circulaire 360° ou 400°.



PROGRAMME DE PRODUCTION ARISTO

Règles à calcul • Calculateurs circulaires • Règles graduées
Instruments de dessin • Appareils pour la gravure en couches
Coordinatographes manuels et à commande numérique

Demandez nos prospectus détaillés à votre fournisseur habituel

ARISTO-WERKE • DENNERT & PAPE KG
2 HAMBURG 50 • ALLEMAGNE