

A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`

ABAQVE



Digitized by Google

136 H 15.




Digitized by Google

Digitized by Google

DESCRIPTION ET USAGE

DE

L'ABAQUE

OU

COMPTEUR UNIVERSEL

QUI DONNE A VUE LES RÉSULTATS
DE TOUS LES CALCULS D'ARITHMÉTIQUE, DE GÉOMÉTRIE,
DE MÉCANIQUE PRATIQUE, ETC.

Par LÉON LALANNE,

Ancien élève de l'École Polytechnique,
ingénieur des Ponts-et-Chaussées, secrétaire de la section des chemins de fer,
au Conseil général des Ponts-et-Chaussées.

Cet Abaque a été approuvé par l'Académie des Sciences le 11 septembre 1843.

PARIS.

J.-J. DUBOCHET ET Cie, ÉDITEURS,
RUE RICHELIEU, 60.

1845

Digitized by Google

TABLE DES MATIÈRES.

AVANT-PROPOS. . . . . page 3
But et usage de l'Abaque 5
Lecture des nombres et principe général de l'Abaque. 7
Multiplication. 10
Division. 13
Carrés et racines carrées. 17
Cubes et racines cubiques. 20
Puissances et racines en général. 24
Proportions, règles de trois, moyennes proportionnelles, etc. 28
Application de l'Abaque à des calculs spéciaux d'arithmétique. 31
Application de l'Abaque à des calculs de géométrie pratique. 33
Application de l'Abaque à des calculs de mécanique pratique. 40
Trigonométrie. 42
Échelle des logarithmes. 53
Échelle des cordes. 57
Abaque des équivalents chimiques. . . . 59
Abaque statistique. 62



PARIS. IMPRIMÉ PAR PLON FRÈRES, 36, RUE DE VAUGIRARD.

Digitized by Google

AVANT-PROPOS.

Il y a plus de deux siècles que les Anglais ont commencé à se servir pour les calculs usuels, de la *Règle* ou *Échelle logarithmique*, qui est maintenant si généralement répandue parmi eux. Ils ont donné les formes les plus variées à cet instrument, dont l'idée première est due à Gunter, et l'ont adapté parfaitement aux habitudes des diverses professions dont l'exercice exige le plus souvent des calculs numériques.

Plusieurs savants français, frappés du parti vraiment remarquable que nos voisins savent en tirer, ont cherché à en introduire l'usage en France. Quoique leurs efforts ne soient pas restés complétement infructueux, le but qu'ils se proposaient n'a certainement pas été atteint, et la fabrication de la règle logarithmique se réduit, chez nous, à quelques centaines d'exemplaires par an. Un petit nombre d'ingénieurs, de chefs d'industrie, et de contre-maîtres, commencent à peine à se servir de cet instrument, considéré, à tort, par beaucoup de personnes, comme plus curieux qu'utile.

Cet état de choses paraît tenir d'abord à ce que l'usage de la règle à calcul n'est enseigné dans presque aucune école; ensuite à l'élévation du prix (5 fr. au moins, pour un instrument un peu

Digitized by Google

exact), qui empêchera toujours la Règle de devenir véritablement populaire en France.

L'*Abaque* ou *Compteur universel* que nous publions aujourd'hui sert à tous les usages auxquels les Anglais emploient la règle de Gunter; il donne une approximation au moins égale sous un volume beaucoup moindre, sous une forme plus portative; il fournit, à vue, une foule de résultats pour lesquels celle-ci ne peut être commodément préparée. Enfin, les exemplaires les plus soignés de l'*Abaque* ne coûtent que le quart de ce que coûte la règle la plus simple. On pourrait même, pour un prix qui n'excéderait pas la quinzième partie de celui de la règle, mettre entre les mains de chacun des enfants qui fréquentent les écoles élémentaires, un exemplaire de l'*Abaque* accompagné de l'instruction suivante.

Ces divers motifs, et plus encore la bienveillance avec laquelle nous avons vu l'idée de l'*Abaque* accueillie par les juges les plus compétents en pareille matière; le suffrage de plusieurs savants anglais, qui ont pensé que, même dans leur pays, cet *Abaque* trouverait des partisans; l'approbation dont l'Académie des Sciences a honoré le mémoire où nous en avons exposé l'origine et la théorie; l'initiative flatteuse que la Société d'encouragement a bien voulu prendre à notre égard, nous ont engagé à en entreprendre la publication.

Digitized by Google

ABAQUE

OU

COMPTEUR UNIVERSEL.

BUT ET USAGE DE L'ABAQUE.

1. L'*Abaque* ou *Compteur universel* sert à effectuer à vue, par de simples lectures, avec une approximation suffisante dans un très-grand nombre de cas, tous les calculs usuels d'arithmétique, de géométrie, de mécanique, etc.

Ainsi, il fait connaître immédiatement le résultat de la multiplication ou de la division de deux nombres, et le quatrième terme d'une proportion. Par suite, il est applicable à la résolution des règles de trois, d'intérêt, d'escompte, etc.

Il donne les carrés et les racines carrées; les cubes et les racines cubiques; les racines carrées des cubes, quantités qui sont souvent employées en hydraulique.

Il peut même servir à calculer les puissances et les racines de degré supérieur, qu'il est nécessaire d'obtenir dans les calculs d'intérêt composé, d'amortissement, d'annuités, etc.

Une simple lecture sur l'Abaque suffit pour convertir les unes dans les autres toutes les mesures françaises et étrangères. Il exprime donc en kilomètres, avec la plus grande facilité, des distances données en milles anglais, en milles allemands ou en milles marins; il transforme en hectares des superficies données en arpents ou en milles carrés,

Digitized by Google

en mètres cubes, des volumes donnés en toises, pieds ou pouces cubes, etc.

La longueur d'une circonférence, la superficie d'un cercle, la surface et le volume d'une sphère dont le rayon est connu, se lisent immédiatement sur l'Abaque; et les questions inverses, où l'on se propose de déterminer le rayon par la longueur de la circonférence, par la superficie du cercle ou de la sphère, ou par le volume de la sphère, se résolvent sans plus de difficulté.

On trouve sur l'Abaque l'aire des polygones réguliers dont le côté est déterminé.

Il donne la solution de tous les problèmes de trigonométrie rectiligne et sphérique.

Il donne aussi les poids des volumes de diverses substances, et notamment les poids des fers ronds et carrés.

Il sert à résoudre les questions relatives à la chute des corps, au pendule, à l'écoulement des liquides, etc.

Lorsque l'on y a inscrit d'une manière convenable les noms des corps simples et composés, il fait connaître de suite les poids des diverses substances qui entrent dans une quantité connue d'un certain composé chimique. Il devient alors une véritable *échelle des proportions chimiques*, qui peut remplacer celle de Wollaston.

En un mot l'*Abaque* ou *Compteur universel* est réellement propre, ainsi que son titre l'indique, à donner les résultats de calculs portant sur tous les points des sciences physiques et mathématiques pures et appliquées; il peut, dans beaucoup de cas de la pratique ordinaire, suppléer aux tables des logarithmes des nombres et des lignes trigonomé-

Digitized by Google

triques, aux tarifs de superficies, de volumes et de poids, aux tables de conversions des mesures françaises et étrangères, etc.

Il paraît enfin devoir être préféré à la *Règle à calcul*, comme fournissant une foule de résulats pour lesquels celle-ci n'est pas préparée, comme plus portatif, et comme beaucoup moins coûteux.

LECTURE DES NOMBRES ET PRINCIPE GÉNÉRAL DE L'ABAQUE.

2. Les bords du *cadre*, c. à d. du carré qui occupe la partie centrale de la planche, sont divisés en neuf parties principales. Les chiffres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 sont placés aux points de division, (y compris les extrémités du cadre), sur le bord inférieur et sur le bord à gauche; les nombres 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100 se trouvent aux mêmes points de division, sur le bord à droite et sur le bord supérieur du cadre.

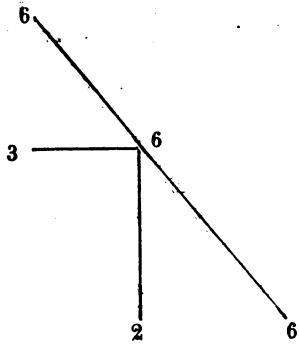
Par ces points de division passent des droites, les unes parallèles —, les autres perpendiculaires | à la base de la figure. Nous les appellerons respectivement, pour abréger, *verticales* et *horizontales*.

Les lignes inclinées dans ce sens \ doivent être considérées comme affectées des mêmes nombres que leurs extrémités. Nous les appellerons *obliques* par abréviation.

3. Cela posé, pour comprendre comment l'usage des lignes et des nombres de la figure peut conduire à la connaissance d'un nombre cherché, il suffit de se rappeler la manière dont on emploie la table de multiplication vulgairement attribuée à Pythagore, et d'opérer de même sur l'Abaque.

Digitized by Google

Ainsi, pour trouver le produit de 2 par 3, on suit de gauche à droite la ligne horizontale qui commence par le nombre 3 sur le bord à gauche du cadre; jusqu'à la rencontre de la ligne verticale au-dessous de laquelle est le chiffre 2 sur le bord inférieur de ce cadre. La rencontre des deux lignes a lieu sur l'oblique dont les extrémités portent le chiffre 6.



On en conclut que 6 est le produit de 2 par 3; et on voit que cette manière d'opérer est tout à fait la même que dans la table de multiplication.

Toutes les règles relatives à l'usage de la figure se déduisent du procédé que l'on vient d'indiquer pour trouver le produit de deux nombres; on peut donc énoncer ainsi, sous une forme abrégée, le principe général de l'Abaque :

Le produit de deux nombres est indiqué par le chiffre de l'oblique qui se trouve à la rencontre des deux droites, l'une verticale, l'autre horizontale, correspondant aux deux facteurs.

Digitized by Google

4. Les neuf parties principales des bords du cadre ont été divisées elles-mêmes en dix chacune; et ces dix subdivisions correspondent aux nombres intermédiaires entre ceux que l'on a inscrits sur ces bords.

Ainsi le premier point de division après 1 correspond au nombre 1 et $\frac{1}{10}$ ou 1,1;
Le 2e point de division à 1,2;
Le 3e point à 1,3;
de même le 6e point de division après 9 correspond à 9,6; et ainsi de suite, etc.

Les obliques intermédiaires entre les obliques principales sont encore considérées comme affectées des mêmes chiffres que leurs extrémités.

Ainsi celle qui joint les 2 extrémités de la 4e division après le chiffre 3, sur les bords à gauche et en bas du cadre, est censée porter le chiffre 3, 4.

5. Chacun des intervalles entre les lignes de la figure peut être lui-même divisé à vue en dix parties égales. Ainsi un point placé aux $\frac{4}{10}$ de l'intervalle entre la 6e et la 7e division après le chiffre 2, correspondrait au nombre 2,64.

Il sera donc très-facile de lire, tant sur les bords du cadre que dans l'intérieur de la figure, le nombre qui correspond à un point ou à une oblique quelconque, et réciproquement.

6. Seulement, on remarquera que l'on peut considérer les chiffres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, etc., placés sur les bords du cadre, et dans l'intérieur de la figure, comme représentant, à volonté, des unités, des dizaines, des centaines, etc., ou des dixièmes, des centièmes, etc., de sorte que les nombres

	26,4	264	2640
ou	2,64	0,264	0,0264

Digitized by Google

déterminent toujours le même point sur l'un des bords du cadre, ou la même oblique dans l'intérieur de la figure.

MULTIPLICATION.

7. Nous avons déjà indiqué (n° 3) la manière d'effectuer la multiplication de deux nombres entiers. Nous avons lu un des facteurs 3 sur le bord à gauche, et l'autre facteur 2 sur le bord inférieur du cadre; nous avons suivi la ligne horizontale et la ligne verticale correspondant à ces facteurs jusqu'à leur rencontre mutuelle; et le produit 6 nous a été donné par le nombre placé à chacune des extrémités de l'oblique qui passe par le point de rencontre.

Il est indifférent de lire l'un ou l'autre facteur sur la ligne inférieure du cadre.

On voit d'ailleurs qu'il serait possible de partir du bord à droite et du bord supérieur, absolument comme du bord à gauche et du bord inférieur de ce cadre. Le point sur lequel on tomberait serait toujours le même.

8. Cette règle est générale, et s'applique à tous les nombres entiers ou décimaux; car, d'après la remarque du n° 6, on peut lire sur les bords du cadre et dans l'intérieur de la figure des nombres entiers ou décimaux d'un ordre quelconque, avec une approximation marquée par leurs trois premiers chiffres.

Quant à la position de la virgule qui sépare la partie entière de la partie décimale du produit, elle se détermine très-simplement de la manière suivante, dans le cas où les deux facteurs ont une partie entière.

Digitized by Google

Si le point de rencontre se trouve au-dessous de la diagonale oblique \ qui divise le carré de la figure en deux parties égales, et dont les extrémités sont marquées 10, le produit a, dans sa partie entière, un chiffre de moins qu'il n'y en a à la fois dans les parties entières des deux facteurs; il en a autant, si le point de rencontre se trouve au-dessus de cette diagonale.

Exemples de multiplication où les deux facteurs ont une partie entière.

I. Le produit de 5,5 par 2 est 11, parce que le point de rencontre se trouve sur l'oblique 1,1, qui vient immédiatement après la ligne 10.

II. La rencontre de la verticale 4,7, et de l'horizontale 3,6 tombant un peu avant l'oblique 17 à $\frac{1}{10}$ environ de l'intervalle entre cette ligne et la ligne 16, le produit approché de 4,7 par 3,6 sera 16,9. Si de plus on remarque que le premier chiffre à droite du produit doit être un 2, parce que 6 fois 7 font 42, on aura 16,92 pour produit exact.

Ce dernier exemple montre qu'il sera souvent facile d'obtenir avec l'Abaque les produits exacts moindres que 10 000, lorsqu'on se rappellera la table de multiplication des 9 premiers nombres.

9. Dans le cas où la partie entière manque à l'un des deux facteurs ou à tous les deux, on effectue la multiplication, abstraction faite de la virgule; on complète, s'il le faut, par des zéros placés à la droite du produit, le nombre des chiffres qu'il doit avoir, en suivant la règle du n° 8; on sépare enfin, par une virgule, autant de chiffres décimaux sur la droite de ce produit qu'il y en a à la fois dans les deux facteurs.

Digitized by Google

Exemple de multiplication où les deux facteurs n'ont pas de partie entière.

III. Quel est le produit de 0,35 par 0,0025?

Suivons la verticale 2,5 jusqu'à la rencontre de l'horizontale 3,5. Le point de rencontre tombe au-dessous de la diagonale, et au milieu de l'intervalle des obliques 8,7 et 8,8 : le produit de 25 par 35 est donc 875. Ce produit est exact, puisqu'il a un chiffre de moins que les deux facteurs ensemble, et que son dernier chiffre à droite, produit de 5 par 5, est un 5. Séparons maintenant 6 décimales, nous aurons 0,000875 pour le produit cherché.

10. Lorsque les facteurs renferment plus de deux chiffres, les verticales et horizontales correspondantes ne sont pas tracées sur l'Abaque. Alors on devra, par la pensée, opérer de la même manière que ci-dessus : et la détermination du point correspondant aux deux facteurs se fera avec beaucoup d'exactitude, si l'on a soin de se guider d'après les lignes de la figure qui correspondent aux nombres les plus voisins des deux facteurs, en plus ou en moins.

Exemple de multiplication où les deux facteurs ont plus de deux chiffres significatifs.

IV. Quel est le produit de 0,0384 par 62,7?

Suivons la verticale 3,8 jusqu'à la rencontre de l'horizontale 6,2; puis prenons un point qui soit avancé vers la droite des $\frac{4}{10}$ de l'intervalle entre les verticales 3,8 et 3,9, et plus élevé des $\frac{7}{10}$ de l'intervalle entre 6,2 et 6,3. Ce nouveau point tombe sensiblement sur l'oblique 24. Le produit approché de 384 par 627 devrait avoir 6 chiffres et serait 240 000; mais comme il en faut ici séparer 5 à droite, nous

Digitized by Google

prendrons un seul chiffre entier, ce qui nous donne 2,4 pour le produit demandé.

Le produit exact est 2,40768; l'erreur commise n'est donc que de $\frac{768}{100\,000}$ ou d'environ $\frac{1}{131}$.

Cette manière d'opérer conduit plus vite et beaucoup plus exactement au résultat que si l'on avait cherché à suivre une verticale passant par le point 3,84 du bas du cadre jusqu'à la rencontre de l'horizontale passant par le point 6,27 de la gauche du cadre; car ces lignes ne sont pas marquées sur la figure, et leur tracé à vue ne s'opérerait que très-imparfaitement.

11. Lorsque l'on a un même nombre à multiplier par plusieurs facteurs, la lecture des produits se fait avec facilité en suivant l'horizontale qui correspond au multiplicande commun, et en s'arrêtant à la rencontre des verticales qui correspondent aux multiplicateurs, d'après la manière d'opérer qui vient d'être exposée. Ainsi en suivant l'horizontale 3,65 on verra que les 9 premiers multiples du nombre 365 sont 730, 1 095, 1 460, 1 825, 2 190, 2 555, 2 920, 3 285.

DIVISION.

12. Les règles relatives à cette opération se déduisent, sans la moindre difficulté, de celles qui viennent d'être données pour la multiplication.

Il n'y a, à proprement parler, que deux cas à considérer : celui où le dividende est plus grand que le diviseur et celui où il est le plus petit; ces nombres peuvent être d'ailleurs entiers ou décimaux. Voici les règles pour le premier cas.

13. On commencera par reculer la virgule dans le dividende et le diviseur d'autant de rangs vers

Digitized by Google

la droite qu'il le faut pour que le diviseur renferme au moins un chiffre à la partie entière; le quotient ne sera pas changé par cette opération préalable, lorsqu'elle aura été nécessaire. On suivra l'horizontale correspondant au diviseur jusqu'à la rencontre de l'oblique qui correspond au dividende; le nombre correspondant à la verticale qui passe par ce point de rencontre est précisément le quotient cherché.

Lorsque le point de rencontre tombe *au-dessus* de la diagonale oblique \ dont les extrémités sont marquées 10, et qui divise la figure en deux parties égales, le nombre des chiffres de la partie entière du quotient s'obtient en retranchant le nombre des chiffres de la partie entière du diviseur du nombre des chiffres de la partie entière du dividende; lorsque le point de rencontre tombe *au-dessous*, le nombre des chiffres du quotient est plus grand d'une unité que dans le cas précédent.

Exemples de division où le dividende est plus grand que le diviseur.

I. Diviser 6 par 2.

Suivez l'horizontale 2 jusqu'à la rencontre de l'oblique 6; le point de rencontre est sur la verticale 3 : le quotient est donc 3.

II. Diviser 12 par 3.

Suivez l'horizontale 3 jusqu'à la rencontre de l'oblique 12, au-dessus de la diagonale 10; le point de rencontre tombe sur la verticale 4 : le quotient est donc 4.

III. Diviser 154 par 44.

Suivons l'horizontale 4,4 au delà de l'oblique 15, jusqu'aux $\frac{4}{10}$ de l'intervalle qui sépare cette oblique de la suivante 16, nous tombons sur la verticale 3,5.

Digitized by Google

Le point de rencontre est au-dessus de la diagonale 10; le dividende a 3 chiffres entiers, le diviseur en a 2 et par conséquent le quotient un seul : donc le quotient est 3,5.

IV. Diviser 0,0953 par 0,0006237.

Avançons la virgule de 4 rangs vers la droite dans les deux nombres donnés, nous aurons 953 à diviser par 6,237; les trois premiers chiffres du quotient sont 153; le point de rencontre est tombé au-dessous de la diagonale 10; le quotient doit donc avoir un chiffre de plus que trois moins un, c'est-à-dire trois chiffres entiers : il est donc égal à 153.

La division de 0,00953 par 0,0006237 aurait donné au quotient 15,3.

14. Dans le second cas de la division, le dividende étant plus petit que le diviseur, on commence par y avancer la virgule d'autant de rangs vers la droite qu'il le faut pour le rendre plus grand; on fait ensuite les opérations comme dans le cas précédent, et on recule la virgule, dans le résultat final, d'autant de rangs vers la gauche qu'on l'avait d'abord avancée vers la droite dans le dividende, pour le rendre plus grand que le diviseur.

Exemples de division où le dividende est plus petit que le diviseur.

V. Diviser 0,6237 par 95,3.

Avançons la virgule de trois rangs à droite dans le dividende, nous avons 623,7, dont la division par 95,3 donne 6,54; reculant, dans ce résultat, la virgule de 3 rangs à gauche, il vient 0,00654 pour le quotient demandé.

VI. Réduire $\frac{1}{8}$ en décimales.

Digitized by Google

On divise 30 par 8; on trouve 3,75 au quotient, d'où résulte 0,375 pour l'expression demandée.

15. Lorsque l'on a plusieurs nombres à diviser par une même quantité, la lecture des quotients se fait avec facilité en suivant constamment l'horizontale qui correspond au diviseur.

On suivrait, au contraire, l'oblique correspondant à un dividende commun s'il s'agissait de diviser un même nombre successivement par plusieurs autres.

Dans les deux cas, la lecture se fera d'après les principes du n° 10.

Mais il pourra arriver que l'on soit obligé de prendre tantôt l'une, tantôt l'autre des deux obliques qui correspondent toujours à un même dividende.

Exemples de divisions simultanées.

VII. Diviser les nombres 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54 par 6.

En suivant l'horizontale 6, on trouve successivement, à sa rencontre avec les lignes inclinées qui portent les numéros ci-dessus, les verticales numérotées 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Tels sont les quotients demandés.

VIII. Diviser 360 par 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9.

En suivant l'oblique dont les deux extrémités correspondent à 3,6 sur le bord inférieur et sur le bord à gauche du cadre, on ne rencontrera que les horizontales 2 et 3, auxquelles correspondront les verticales 1,8 et 1,2, c'est-à-dire les quotients 180 et 120. Pour rencontrer les horizontales 4, 5, 6, 8, 9 il faut prendre l'autre oblique dont les extrémités, placées sur le bord à droite et sur le bord supérieur

Digitized by Google

du cadre, sont affectées du nombre 36. On trouve alors les quotients 90, 72, 60, 45, 40.

CARRÉS ET RACINES CARRÉES.

16. Le *carré* ou *seconde puissance* d'un nombre est le produit de ce nombre par lui-même ; et ce nombre s'appelle la *racine* du carré.

On indique le carré d'un nombre en plaçant le chiffre 2 un peu à droite et au-dessus de ce nombre.

Ainsi le carré de 2 ou 2^2 est le produit de 2 par 2 ou 4 ; le carré de 3 ou 3^2 est le produit de 3 par 3 ou 9 ; le carré de 4 ou 4^2 est le produit de 4 par 4 ou 16, etc., ainsi de suite.

On obtiendrait facilement, avec l'Abaque, le carré d'un nombre quelconque en opérant comme pour une multiplication ordinaire.

Mais on remarquera que la verticale et l'horizontale correspondant à des facteurs égaux se coupent toujours sur la diagonale inclinée dans ce sens ↗ qui divise la figure en deux parties égales, et qui porte la désignation de *carrés*. Il suffira donc de suivre la verticale ou l'horizontale correspondant au nombre dont on veut obtenir la seconde puissance, jusqu'à la rencontre de la *ligne des carrés*, et de lire le chiffre de l'oblique qui passe par le point de rencontre.

17. Lorsque le nombre à élever au carré est compris entre 1 et 10, le carré est toujours compris entre 1 et 100, ainsi qu'on le voit sur la *ligne des carrés*.

Ainsi, pour la lecture faite sur les obliques à la rencontre avec cette ligne, on n'a pas la faculté de prendre les multiples ou sous-multiples décuples des

Digitized by Google

nombres qui y sont inscrits; il faut lire ces nombres eux-mêmes.

On ramène à ce premier cas tous les autres. Il suffit, pour cela, de multiplier ou de diviser le nombre proposé par 10, 100, 1000 ou 10 000, etc., de manière à le rendre plus grand que 1 et moindre que 10. Seulement, après avoir fait la lecture sur la ligne des carrés, on *divise* ou on *multiplie* par 10^2, 100^2, 1000^2 ou $10\,000^2$, etc., le résultat obtenu, suivant que l'on a *multiplié* ou *divisé* la racine par 10, 100, 1000 ou 10 000, etc.

Exemples d'élévation au carré.

I. Soit 25 à élever au carré.

On lit le nombre 2,5 sur l'horizontale du bas du cadre; on suit la verticale correspondante jusqu'à la ligne des carrés; on tombe entre les obliques 6,2 et 6,3 à égale distance des deux. On prendra donc 6,25; et comme on a divisé par 10, on multiplie le carré obtenu par 100. Ce carré cherché est donc 625, ce que l'on exprime ainsi :

$$25^2 = 625\ (1).$$

On aurait trouvé de même :

$$2{,}5^2 = 6{,}25;$$
$$0{,}25^2 = 0{,}0625;$$
$$250^2 = 62\,500;$$ et ainsi de suite.

II. Soit 0,008247 à élever au carré.

On multipliera par 1000 et on cherchera le carré

(1) On sait que le signe = est le signe de l'égalité. L'expression ci-dessus s'énonce donc ainsi : « Le carré de 25 *est égal* à 625. »

Digitized by Google

de 8,25. On trouve 68,1 ; divisant par 1000^2, ou par 1 000 000, on obtient :

$$0{,}008247^2 = 0{,}0000681.$$

La valeur exacte est 0,000068013009 ; l'erreur commise est donc moindre que 1 unité sur 680 ; elle est de $\frac{1}{782}$.

18. On appelle *racine carrée* d'un nombre, un autre nombre qui multiplié par lui-même reproduit le premier. Ainsi 2 est la racine carrée de 4 ; 3 la racine carrée de 9 ; 4 la racine carrée de 16 ; et ainsi de suite.

Pour extraire la racine carrée d'un nombre, il faut partir de ce nombre compté sur la ligne des carrés, et descendre verticalement jusqu'à l'horizontale du bas du cadre, sur laquelle on fera la lecture de la racine. Seulement on ne peut plus lire, sur la ligne des carrés, tous les multiples ou sous-multiples décuples des nombres qui y sont inscrits, comme on le fait sur les bords du cadre ; on ne prendra que les valeurs de ces nombres tels qu'ils y sont inscrits. Pour cela, on multiplie ou on divise le nombre donné par 100, ou 10 000, ou 1 000 000, etc., de manière à le rendre plus grand que 1 et moindre que 100. On extrait la racine du carré ainsi préparé ; cette racine est comprise entre 1 et 10. On la *divise* alors ou on la *multiplie* par 10, 100, 1000, etc., suivant qu'on avait *multiplié* ou *divisé* le carré donné par 10^2, par 100^2, par 1000^2, etc.

Exemples d'extraction de la racine carrée.

I. On demande la racine carrée de 0,4.

Multipliant par 100, nous avons 40 ; lisons ce nombre sur la ligne des carrés (au-dessus de la

Digitized by Google

diagonale oblique perpendiculaire à celle-ci); redescendons verticalement jusqu'à la ligne du bas du cadre, nous tombons sur une racine dont la valeur est 6,32. La valeur de la racine cherchée, en divisant par 10, est donc 0,632.

Le signe $\sqrt{\ }$ indiquant l'extraction de la racine carrée, on exprime ainsi le résultat d'une manière abrégée :

$$\sqrt{0,40} = 0,632.$$

II. S'il s'était agi de trouver $\sqrt{0,04}$, on aurait pris 4, multiple centuple de 0,04; et la racine correspondante étant 2, on en aurait conclu que

$$\sqrt{0,04} = 0,2.$$

III. On demande la valeur de $\sqrt{36241}$.

Prenons 3,62 entre les nombres 3 et 4 sur la ligne des carrés, ou, en d'autres termes, divisons d'abord 36 241 par 100^2; la racine correspondante sur l'horizontale du bas du cadre est 1,90. Cette racine doit être multipliée par 100, ce qui donne

$$\sqrt{36241} = 190.$$

Il est bien entendu que tous ces résultats ne sont qu'approximatifs.

CUBES ET RACINES CUBIQUES.

19. Le *cube* ou *troisième puissance* d'un nombre est le produit de trois facteurs égaux à ce nombre, lequel prend alors le nom de *racine* du cube.

On marque qu'un nombre est élevé au cube en plaçant le chiffre 3 un peu à droite et au-dessus de ce nombre.

Ainsi 2^3 est égal au cube de 2 ou à 8 ; 3^3 est égal au cube de 3 ou à 27 ; 4^3 au cube de 4 ou à 64.

Digitized by Google

Pour obtenir le cube d'un nombre compris entre 1 et 100, il suffit de partir du point correspondant à ce nombre sur l'horizontale du bas du cadre; de remonter verticalement jusqu'à la rencontre de la *transversale* la plus proche, qui porte la désignation de *cubes*, et qui est inclinée dans ce sens / à 1 de base pour 2 de hauteur; et d'y lire le nombre inscrit sur l'oblique correspondante.

Il y a deux transversales de ce genre; l'une, que nous appellerons *la première*, sert pour les cubes des nombres compris entre 1 et 3,162; l'autre, que nous nommerons *la seconde*, pour les cubes des nombres compris entre 3,162 et 10 (1).

20. Le cube d'un nombre compris entre 1 et 10 est toujours compris entre 1 et 1000, ainsi que l'indiquent les chiffres inscrits sur les deux *lignes des cubes*, à leur rencontre avec les obliques de la figure. On ne peut donc pas, sur les lignes des cubes, considérer, au lieu des nombres qui y sont inscrits, tous leurs multiples ou sous-multiples, par 10, 100, etc.

Pour élever au cube un nombre quelconque, on commence par le rendre plus grand que 1 et moindre que 10, en le multipliant ou en le divisant par 10, 100, 1000, etc. Ensuite après avoir fait, sur la ligne des cubes la plus proche, la lecture du cube correspondant, on *divise* ou on *multiplie* ce cube par 10^3, par 100^3, par 1000^3, suivant que l'on avait *multiplié* ou *divisé* la racine par 10, 100, 1000, etc.

Exemples d'élévation au cube.

I. Soit 15 à élever au cube.

(1) On peut remarquer en passant que ce nombre 3,162 est précisément la racine carrée de 10; ou, en d'autres termes, que la verticale qui partage les deux diagonales du cadre en deux parties égales passe par l'extrémité supérieure de la première ligne des cubes et par l'extrémité inférieure de la seconde.

Digitized by Google

On lit le nombre 1,5 sur l'horizontale du bas du cadre; on suit la verticale correspondante jusqu'à la ligne des cubes; on tombe entre les obliques 3,3 et 3,4, un peu plus près de la seconde que la première; on prend 3,38, et on multiplie par 1000, parce que l'on avait divisé la racine par 10. On écrira donc :

$$15^3 = 3380 \text{ (approximativement)}.$$

Le calcul exact donnerait 3375; approximation obtenue $\frac{5}{3375}$ ou $\frac{1}{675}$.

II. Soit 0,09538 à élever au cube.

On multipliera par 100, et on cherchera le cube de 9,54. On lit 870 sur la seconde ligne des cubes; et en divisant par 100^3, parce que l'on a multiplié la racine par 100, on trouve 0,000870. Ainsi :

$$0{,}09538^3 = 0{,}000870 \text{ (approximativement)}.$$

Le calcul exact donne 0,000867704708872. L'erreur commise est donc moindre que $\frac{1}{3777}$.

21. On appelle *racine cubique* d'un nombre, un autre nombre qui, multiplié deux fois par lui-même, reproduit le premier. Ainsi 2 est la racine cubique de 8; 3 la racine cubique de 27; 4 la racine cubique de 64; et ainsi de suite.

Pour extraire la racine cubique d'un nombre, on doit partir de ce nombre compté sur une des deux lignes des cubes, et descendre verticalement jusqu'à l'horizontale du bas du cadre, sur laquelle on fait la lecture de la racine.

Il faudra donc que le nombre donné soit multiplié ou divisé d'abord par 1 000, ou 1 000 000, ou 1 000 000 000, de manière à devenir plus grand que 1 et moindre que 1000; et la racine sera comprise entre 1 et 10.

Digitized by Google

Seulement, lorsqu'on l'aura obtenue, on la *divisera* ou on la *multipliera* par 10, ou 100, ou 1000, etc., suivant que l'on avait *multiplié* ou *divisé* le nombre par 1000, ou 1 000 000, ou 1 000 000 000.

On ne peut donc pas, pour cette opération, lire indifféremment, sur les lignes des cubes, tous les multiples ou sous-multiples décuples des nombres qui y sont inscrits, comme on le fait sur les bords du cadre; on ne peut prendre que les valeurs de ces nombres tels qu'ils y sont inscrits.

Exemples d'extraction de la racine cubique.

I. On demande la racine cubique de 0,27.

Multiplions par 1000, nous avons 270. Lisons ce nombre sur la seconde ligne des cubes, sur laquelle il se trouve; redescendons verticalement jusqu'à la ligne du bas du cadre, nous tombons sur une racine dont la valeur est 6,46. Divisant par 10, nous avons 0,646 pour la racine cubique approchée de 0,27, ce que l'on exprime ainsi :

$$\sqrt[3]{0,27} = 0,646.$$

II. On demande la racine cubique de 0,000027.

Multiplions par 1 000 000, nous avons 27, dont la racine cubique est 3; donc :

$$\sqrt[3]{0,000027} = 0,03.$$

III. Quelle est la racine cubique de 1 708 248.

Prenons 1,71 entre les nombres 1,70 et 1,80 sur la première ligne des cubes; descendons jusqu'à la ligne du bas du cadre, nous lisons 1,195. Donc on a :

$$\sqrt[3]{1\ 708\ 248} = 119,5.$$

Digitized by Google

PUISSANCES ET RACINES EN GÉNÉRAL.

92. On appelle *puissance* d'un nombre le produit de plusieurs facteurs égaux à ce nombre.

Ainsi 4, 8, 16, 32, 64, etc., sont les puissances successives de 2.

Le *degré* de la puissance est le nombre de facteurs égaux qu'il faut prendre pour former cette puissance.

Ainsi 9 étant le produit de 3 par 3 est une puissance du *second degré;* 27, ou 3 fois 9, est une puissance du *troisième degré;* 81, ou 3 fois 27, une puissance du *quatrième degré*, etc.

D'où l'on voit que le carré n'est autre chose que la seconde puissance d'un nombre, et que le cube ne diffère pas de la troisième puissance.

On exprime qu'un nombre est élevé à une puissance d'un degré quelconque en plaçant l'*exposant* ou chiffre qui marque ce degré un peu à droite et au-dessus du nombre.

Les expressions

$$21^4,\ 17^5,\ 108^9$$

indiquent donc respectivement la quatrième puissance de 21, la cinquième de 17, la neuvième de 108. Les nombres 4, 5 et 9 sont des exposants.

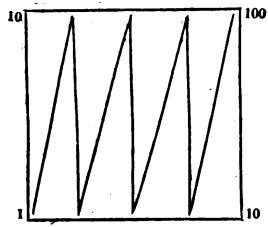
93. Nous avons montré que la seconde puissance d'un nombre quelconque se trouve sur la *ligne des carrés*, qui est inclinée à 1 de base pour 1 de hauteur, et que la troisième puissance d'un nombre quelconque se trouve sur l'une des *lignes des cubes* qui sont inclinées à 1 de base pour 2 de hauteur.

Digitized by Google

On verrait de même que la *quatrième puissance* doit se trouver sur une des *trois* transversales que l'on peut tracer sur la figure, à 1 de base pour 3 de hauteur; que la *cinquième* puissance est sur une des *quatre* transversales inclinées à 1 de base pour 4 de hauteur; et ainsi de suite.

Pour une puissance d'un certain degré, la première de ces transversales partira toujours du sommet du cadre qui est en bas et à gauche. La seconde commencera au bas de la verticale, en haut de laquelle se termine la première; la troisième commencera au bas de la verticale, en haut de laquelle se termine la seconde; et ainsi de suite.

Cette succession de lignes est indiquée dans la figure ci-dessous, pour le quatrième degré.



94. On appelle *racine* d'un nombre, en général, un autre nombre qui, multiplié un certain nombre de fois par lui-même, reproduit le premier. Le *degré* de la racine ou son *indice* est le chiffre qui exprime ce nombre de fois.

Ainsi 2 est la *racine quatrième* de 16, la *racine cinquième* de 32, etc.; 3 est la racine quatrième de 81, la racine cinquième de 243, etc.

Pour marquer une extraction de racine, on em-

Digitized by Google

ploie le signe radical $\sqrt{\ }$ comme pour les racines carrées et cubiques, et on place dans l'ouverture du radical l'indice de la racine à extraire. On pourra donc poser

$$\sqrt[4]{16} = 2, \quad \sqrt[4]{81} = 3, \quad \sqrt[5]{243} = 3.$$

35. Pour élever un nombre donné à une certaine puissance, ou pour en extraire la racine d'un certain degré, on pourra tracer sur l'Abaque les transversales relatives à cette puissance ou à ce degré et s'en servir de la manière qui a été indiquée pour les lignes des carrés et des cubes.

Dans les élévations aux puissances, on préparera le nombre donné de manière à le rendre plus grand que 1 et moindre que 10. Dans les extractions de racines, on le rendra toujours plus grand que 1 et moindre que 10^4, 10^5, 10^6, etc., 10 000, 100 000, 1 000 000, etc., en le multipliant ou en le divisant par la quatrième, la cinquième, la sixième ... puissance d'un nombre égal à l'unité suivi d'un ou de plusieurs zéros, suivant qu'il s'agira d'une racine du quatrième, du cinquième ou du sixième degré.

La lecture se fera aussi d'après les mêmes principes que pour les carrés et les cubes. Les nombres marqués en différents points de la première transversale seront les mêmes que ceux qui correspondent aux extrémités des obliques qui passent par ces points ; les nombres de la seconde transversale seront les décuples de ceux qu'indiquent les extrémités des obliques ; les nombres de la troisième transversale en seront les centuples, et ainsi de suite.

On peut aussi employer les logarithmes pour ces opérations, ainsi qu'on l'expliquera plus loin (n° 46).

Digitized by Google

26. Lorsque l'on doit extraire une certaine racine d'une puissance d'un nombre, par exemple la racine carrée du cube de 7, on est convenu d'indiquer cette opération en divisant l'exposant 3 par l'indice 2; de sorte que les deux expressions abrégées $\sqrt{7^3}$ et $7^{\frac{3}{2}}$ sont identiques.

On dit alors, par analogie, que $7^{\frac{3}{2}}$ est la puissance $\frac{3}{2}$ de 7.

L'élévation aux puissances fractionnaires plus grandes que l'unité se ferait à l'aide de transversales tracées sur l'Abaque d'après les principes du n° 23. Ainsi pour la puissance $\frac{3}{2}$, l'inclinaison de la transversale serait de 1 de base sur $\frac{3}{2}$ moins 1 ou $\frac{1}{2}$ de hauteur.

Or la première ligne des cubes est inclinée sur le bord à gauche, précisément comme devrait l'être *la ligne des puissances* $\frac{3}{2}$ sur le bord inférieur du cadre. On se servira donc de cette ligne des cubes pour trouver les puissances $\frac{3}{2}$.

Exemples d'élévation à la puissance $\frac{3}{2}$.

I. On demande la puissance $\frac{3}{2}$ de 5. Partons du nombre 5 pris sur le bord à gauche du cadre, et suivons l'horizontale correspondante jusqu'au point de rencontre de la première ligne des cubes. L'oblique que l'on peut imaginer par ce point porterait le nombre 11,2 à ses extrémités. On posera donc

$$5^{\frac{3}{2}} = 11{,}2.$$

Le calcul direct de la racine carrée de 125, fait avec une décimale de plus, donne 11,18; le résultat de l'Abaque est donc approché à $\frac{1}{559}$.

II. On demande la puissance $\frac{3}{2}$ de 21.

Digitized by Google

Partons du nombre 21 placé sur le bord à droite du cadre ; la lecture du point correspondant sur la seconde ligne des cubes donne 96,2. Ainsi on aura

$$21^{\frac{1}{2}} = 96{,}2.$$

Le calcul direct donne 96,234. L'approximation obtenue est donc de $\frac{1}{2830}$ environ.

PROPORTIONS, RÈGLES DE TROIS, MOYENNES PROPORTIONNELLES, etc.

27. Une *proportion par quotient*, ou proportion proprement dite, est composée de 4 *termes* ou nombres tels que le produit des *extrêmes* est égal au produit des *moyens*.

Rien n'est donc plus facile que de calculer, avec l'Abaque, le terme inconnu dans une proportion où l'on en connaît trois autres. Il suffit de diviser le produit de deux de ces termes par le troisième ; le quotient est le terme inconnu.

L'ordre à suivre dans les opérations présente d'ailleurs trois combinaisons différentes. Ainsi, on on peut 1° commencer par faire le produit ; 2° ou bien ne faire le produit qu'après avoir divisé l'un des deux facteurs par le troisième terme ; 3° ou enfin, faire d'abord la division inverse de celle que l'on doit effectuer et diviser le facteur resté libre par le quotient de cette division.

Exemples de détermination d'un terme inconnu quand les trois autres sont connus.

I. On demande le 4e terme x de la proportion

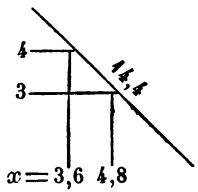
$$4 : 48 :: 3 : x ?$$

1re MÉTHODE. Multipliez 48 par 3, suivant la règle du n° 8 le produit est sur l'oblique 14,4 ; divisez ce

Digitized by Google

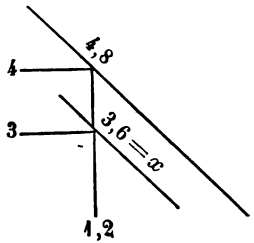
produit par 4 d'après la règle du n° 13 en suivant cette oblique jusqu'à la rencontre de l'horizontale 4; le quotient 36 sera la valeur de x.

La marche des opérations peut être représentée ainsi :



2e méthode. Comme le second terme 48 est plus grand que le premier 4, divisons d'abord 48 par 4, nous n'aurons plus qu'à multiplier le quotient 12 par 3, ce qui donne 36.

Voici la figure qui indique la suite des opérations :



II. Calculer x dans la proportion

$$48 : 4 :: x : 9 ?$$

1re méthode. Faites le produit de 48 par 9 qui est 432; divisez ce produit par 4, vous avez au quotient 108 pour la valeur de x.

Digitized by Google

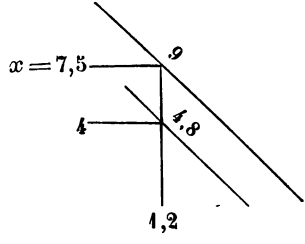
Il est à remarquer ici que l'oblique 43,2, qui correspond au produit de 4,8 par 9, n'est pas celle qui peut servir pour la division de 432 par 4. Il faut chercher l'autre oblique 4,32 la plus rapprochée du point de départ 4.

On évitera cet inconvénient en opérant par la 2e méthode, c'est-à-dire en multipliant 9 par $\frac{48}{4}$ ou par 12.

III. Calculer x dans la proportion $48 : 4 :: 9 : x$?

3e MÉTHODE. Comme 48 est plus grand que 4, on commencera par diviser 48 par 4; le quotient 12 sera pris comme le diviseur de 9, ce qui donnera $x = \frac{9}{12} = 0{,}75$.

La figure ci-dessous montre la marche à suivre sur l'abaque.



38. Une *moyenne proportionnelle* entre deux nombres est la valeur des termes moyens dans une proportion où ces termes sont égaux, les deux extrêmes étant connus. Le calcul de cette moyenne se réduit à l'extraction de la racine carrée du produit des deux extrêmes; or, cette opération s'effectue, sur l'Abaque, sans la moindre difficulté.

Digitized by Google

Exemple de moyenne proportionnelle.

On demande de calculer x dans la proportion

$$2 : x :: x : 4{,}5.$$

Prenez le produit de 2 pour 4,5, vous trouvez 9; et la racine carrée de 9 est 3. Telle est la valeur de x. Si l'on avait eu la proportion

$$2 : x :: x : 45$$

on aurait pris la racine carrée de 90 et on aurait trouvé 9,50 pour x.

APPLICATION DE L'ABAQUE A DES CALCULS SPÉCIAUX D'ARITHMÉTIQUE.

29. Les *règles de trois* simples et composées, directes et inverses, n'exigent que le calcul de produits et de quotients de nombres connus. L'Abaque donne donc le moyen de les résoudre par multiplications et additions successives, ainsi qu'on l'a indiqué aux *proportions* (n° 27).

Les *règles de société, d'intérêt simple, d'escompte*, etc., ne sont que des cas particuliers de la règle de trois.

Les *calculs d'intérêt composé, d'amortissement*, etc., se font au moyen des puissances et des racines que fournit l'Abaque (n° 22 et suivants).

30. *Conversions des poids et mesures.* Lorsqu'une quantité (une longueur, par exemple), est exprimée au moyen d'une certaine unité (supposons l'ancienne toise française), pour savoir ce qu'elle vaudrait si elle était rapportée à une autre unité (soit le mètre), il suffit de multiplier le nombre donné (ce sont des toises) par le rapport de la première unité à la seconde (de la toise au mètre).

Digitized by Google

Ce nombre est toujours le même pour les mêmes unités. Si donc on a marqué une fois pour toutes, sur l'un des côtés du cadre, un trait correspondant à ce multiplicateur commun, on effectuera très-facilement toutes les conversions du même genre.

C'est pour opérer celles de ces conversions qui se présentent le plus fréquemment, que l'on a tracé sur le bord à gauche du cadre une quarantaine d'*amorces* ou traits auxquels correspondent des inscriptions abrégées qui font connaître à quelles conversions de mesures se rapportent ces traits.

Exemples de conversions directes de mesures.

I. Combien 7 pouces (ancienne mesure) valaient-ils de centimètres ?

L'amorce qui correspond à l'indication *pouces en centimètres* est un peu au-dessus de la division 2,7 sur le bord à gauche du cadre. En suivant une horizontale passant par cette amorce jusqu'à la rencontre de la verticale 7 on tombe sur l'oblique 19. Donc 7 pouces équivalent à 19 centimètres.

Le calcul exact donne 18,949. L'approximation obtenue est donc de $\frac{1}{372}$.

II. Combien 57 livres (ancienne mesure) valaient-elles de kilogrammes ?

L'inscription 10 *livres en kilogrammes* correspond à une amorce qui passe par la division 4,9 sur le bord à gauche du cadre. Suivons donc l'horizontale 4,9 jusqu'à la rencontre de la verticale 5,7 ; nous tombons sur l'oblique 28. Mais le nombre 10 placé avant le mot *livres* indique qu'il faut 10 livres pour faire 4 kilog., 9, et que par conséquent les multiplications doivent se faire comme si l'amorce était placée sur la division 0,49. Le nombre cherché est donc

Digitized by Google

28, et l'on a approximativement 57 lb = 28 kilog. Le calcul exact donne 27,902. L'erreur n'est donc que de $\frac{1}{275}$ environ.

31. Lorsqu'on aura à opérer des conversions inverses de celles qu'indiquent les inscriptions placées à côté des amorces, telles que des centimètres en pouces, des ares en arpents, etc., on emploiera comme diviseurs les nombres qui servent de multiplicateurs dans l'opération directe.

Exemples de conversions inverses de mesures.

I. Combien 838 ares valent-ils d'arpents de Paris (ancienne mesure) ?

L'indication $\frac{1}{10}$ *arpents de Paris en ares* correspond à l'horizontale 3,42. Suivons cette horizontale jusqu'à l'oblique 8,38, nous tombons sur la verticale 2,45. Le quotient serait donc 245 ; et prenant le dixième à cause du multiplicateur $\frac{1}{10}$ qui exprime que c'est seulement le dixième de l'arpent qui vaut $3^a,42$ il vient 838 ares = 24,5 arpents.

II. Combien 242 kilomètres valent ils de milles allemands de 15 au degré ?

L'amorce qui correspond à l'indication *milles allemands de 15 au degré en kilomètres* est sur l'horizontale 7,4. Suivant cette horizontale jusqu'à la rencontre de l'oblique 24,2, on tombe sur la verticale 3,27.

On posera donc 248 kilom. = 32,7 milles allemands.

APPLICATION DE L'ABAQUE A DES CALCULS DE GÉOMÉTRIE PRATIQUE.

32. *Circonférence.* Pour obtenir la circonférence d'un cercle connaissant le rayon r, on sait qu'il faut

Digitized by Google

multiplier le double de ce rayon par le nombre constant $\frac{22}{7}$, ou plus exactement $\frac{355}{113}$, ou plus exactement encore 3,1415926... Ce nombre est toujours désigné par la lettre grecque π (*pi*) ; et la longueur de la circonférence est exprimée d'une manière abrégée par la formule $2\pi r$. Pour faciliter les opérations où le nombre 2π entre comme multiplicateur ou comme diviseur, on a tracé dans l'intérieur du cadre une horizontale qui passe par le point 6,28 de la graduation du bord à gauche. L'usage de cette ligne est expliqué dans les exemples suivants.

Exemples relatifs à la circonférence.

I. Quelle est la longueur de la circonférence qui a 0^m 125 de rayon?

Suivez la verticale 1,25 jusqu'à la rencontre de l'horizontale désignée par les abréviations *circonfér.* $2\pi r$. Le point d'intersection est sur l'oblique 7,85. La longueur cherchée est donc $0^m,785$.

II. Quel est le rayon d'une circonférence dont la longueur a été trouvée de $2^m,36$?

Prenons sur l'horizontale $2\pi r$ le point où elle est rencontrée par l'oblique 23,6 ; ce point est sur la verticale 3,77. Le rayon cherché est donc $0^m,377$.

33. *Cercle.* La surface du cercle est égale au produit du nombre constant π par le carré du rayon : ce que l'on exprime d'une manière abrégée par la formule πr^2.

Les transversales qui portent la désignation abrégée *surf. cercle* πr^2 sont tracées parallèlement à la ligne des carrés. Elles servent à trouver immédiatement le produit cherché.

Digitized by Google

Exemples relatifs à la surface du cercle.

I. Quelle est la surface du cercle dont le rayon est $2^{m},40$?

Suivez la verticale 2,4 jusqu'à ce qu'elle rencontre la transversale intitulée *surf. cercle*, qui est au-dessus de la ligne des carrés. La rencontre a lieu sur l'oblique 15,3. La surface cherchée est donc $15^{mcr},3$.

II. Quelle est la surface du cercle dont le rayon est de 526 mètres ?

Opérez comme si le nombre était compris entre 1 et 10, c'est-à-dire comme s'il était égal à 5,26. Suivez la verticale correspondante jusqu'à la rencontre de la transversale intitulée *surf. cercle*, qui se trouve au-dessous de la ligne des carrés. Le point de rencontre est sur l'oblique 8,7 ; mais on doit lire 87, parce que la graduation de la transversale sur laquelle on se trouve, continuant celle de la transversale supérieure à la ligne des carrés, s'étend de 31,8 jusqu'à 314,2. La surface du cercle dont le rayon est de $5^{m},26$ serait donc de 87^{mcr} ; et comme on avait à opérer sur un rayon 100 fois plus grand, le résultat devra être multiplié par le carré de 100 ou par 10 000 ; de sorte que la surface du cercle est $870\ 000^{mcr}$ pour un rayon égal à 526 mètres.

III. Quel est le rayon du cercle dont la surface est de $0^{mcr},246$?

Puisque les transversales qui portent la désignation πr^2 sont graduées depuis 3,142 jusqu'à 314,2 ; lorsque la surface donnée n'est pas comprise entre ces limites, on commence par l'y amener en multipliant ou en divisant par le carré de 10, de 100, de 1 000, suivant qu'il est nécessaire.

Digitized by Google

Dans le cas dont il s'agit, il faut multiplier par le carré de 10, ce qui donne 24,6.

Ce nombre, pris sur la transversale supérieure à la ligne des carrés, tombe sensiblement sur la verticale 2,8; et comme on a multiplié la surface donnée par le carré de 10, il faut diviser par 10 le rayon que l'on vient de lire. Le rayon cherché est donc $0^m,28$.

34. *Sphère.* La surface de la sphère est égale au quadruple de la surface d'un cercle qui a même rayon, ou à la surface d'un cercle qui a un rayon double; ce qu'exprime la formule $4\pi r^2$.

Il sera donc très-facile d'obtenir, au moyen des deux transversales marquées πr^2, soit la surface d'une sphère donnée par son rayon, soit le rayon d'une sphère dont la surface est connue.

Le volume de la sphère s'obtient en multipliant le nombre constant $\frac{4}{3}\pi$ ou 4,18879 par le cube du rayon; ce que l'on exprime par la formule $\frac{4}{3}\pi r^3$.

On a tracé sur l'abaque, parallèlement aux lignes des cubes, trois transversales désignées par les abréviations *vol. de la sph.* $\frac{4}{3}\pi r^3$, qui serviront à résoudre les problèmes relatifs au volume de la sphère avec la même facilité que ceux qui dépendent de la surface du cercle.

On remarquera d'abord que la graduation de celle de ces lignes qui est la plus haute et la plus à gauche s'étend depuis 4,19 jusqu'à 15,5; que la graduation de la seconde (qui coupe la ligne des carrés) va de 15,5 à 489; qu'enfin la graduation de la troisième (qui coupe la seconde ligne de la surface du cercle) s'étend de 489 jusqu'à 4 189.

Lorsqu'il s'agira de déterminer le volume, connaissant le rayon, on opérera sur un rayon compris

Digitized by Google

entre 1 et 10, en multipliant ou en divisant le rayon donné par 10, 100, 1 000... ; et pour trouver le rayon, le volume étant donné, on multipliera ou on divisera ce volume par 10^3 ou par 100^3, ou par $1\,000^3$, etc., de manière à le rendre plus grand que 4,19 et moindre que 4 189. Seulement on observera qu'après une *multiplication* ou une *division* du rayon par 10, 100, 1 000, il faut *diviser* ou *multiplier* le volume obtenu par le cube de cette puissance de 10, et réciproquement.

Exemples relatifs au volume de la sphère.

I. On demande le volume de la sphère dont le rayon est de $78^m,50$.

Suivons la verticale 7,85 jusqu'à la rencontre de la troisième transversale intitulée $\frac{4}{3}\pi r^3$; nous tomberons sur l'oblique 20,3 qui correspond au volume 2 030. Comme nous avons divisé le rayon par 10, nous devons multiplier le volume par 1 000, de sorte que le volume cherché est de 2 030 000 m. cubes.

II. Quel est le rayon de la sphère dont le volume est de $1^{mcb},26$?

Multiplions ce nombre par 1 000 (cube de 10), le produit 1 260 sera compris entre 1,19 et 1 189. Ce produit se trouve sur la troisième transversale, et correspond à le verticale 6,7. Comme on a multiplié par 1 000 le volume, il faut diviser le rayon par 10. Le rayon cherché est donc $0^m,67$.

35. *Polygones réguliers.* L'aire d'un polygone régulier quelconque est égale au carré de son côté multiplié ou divisé par un nombre constant. Les diviseurs relatifs aux polygones réguliers qui se présentent le plus ordinairement ont été marqués sur le bord à droite du cadre, par une *amorce* ou petit

Digitized by Google

trait horizontal, avec le nom du polygone et la lettre A.

Exemple pour la détermination de l'aire d'un polygone régulier.

Quelle est l'aire d'un bassin hexagonal qui a 4 mètres de côté?

Suivons la verticale 4 jusqu'à la rencontre de la ligne des carrés, nous tombons sur l'oblique 16; la rencontre de cette oblique avec l'horizontale qui passe par l'amorce marquée 10A. *hexagone* tombe sur la verticale 4,15. Comme le 10 montre que le diviseur a été pris 10 fois trop grand, on décuplera le quotient; de sorte que l'aire cherchée sera de $41^{mcr},5$.

Pour le dodécagone, il aurait fallu centupler le quotient. Le triangle est le seul polygone pour lequel il n'y ait ni à décupler ni à centupler le quotient.

36. *Ellipse, carré inscrit et circonscrit, cylindre, cône, etc.* L'aire d'une ellipse est égale au produit de ses deux demi-axes par le nombre π, ou au quotient de ce produit par $\frac{1}{\pi}$. Le centuple de $\frac{1}{\pi}$ se trouve sur le bord supérieur et le décuple sur le bord inférieur du cadre aux points où ces bords sont rencontrés par les transversales intitulées *surf. cercle.* La valeur de $\frac{1}{\pi}$ est 0,3183...

L'aire du carré inscrit est égale au double du carré du rayon.

L'aire du carré circonscrit est égale au quadruple du carré du rayon ou au carré de diamètre.

L'aire convexe d'un cylindre droit est égale au produit de la circonférence de la base par la hauteur.

L'aire convexe d'un cône droit est égale au pro-

Digitized by Google

duit de la circonférence de la base par la moitié du côté.

Le volume d'un cylindre droit est égal au produit de la surface de sa base par la hauteur; et le volume d'un cône droit est le tiers du volume du cylindre de même base et de même hauteur.

L'énoncé de ces propositions suffit pour comprendre quelle facilité donneront les lignes $2\pi r$ et πr pour calculer les aires et les volumes des figures qui viennent d'être énumérées.

Exemples pour le calcul des aires et des volumes de diverses figures.

I. Quelle est l'aire de l'ellipse dont les deux demi-axes sont $0^m,4$ et $0^m,625$?

Le produit de 4 par 6,25 est 25. Suivons cette oblique jusqu'à sa rencontre avec la verticale $\frac{1}{\pi}$, qui passe par l'extrémité supérieure de la première transversale intitulée πr^2 et par l'extrémité inférieure de la seconde. Le point de rencontre est sur l'horizontale 7,87. Multiplions par 10, parce que la verticale prise correspond réellement à 10 fois $\frac{1}{\pi}$; puis divisons par 100, parce que nous avions multiplié chacun des facteurs par 10; l'aire cherchée sera $0^{mcr},787$.

II. Quelle est l'aire du carré inscrit dans la circonférence dont la longueur est de 80 mètres?

L'oblique 8 coupe l'horizontale $2\pi r$ sur la verticale 1,265; cette verticale elle-même coupe la ligne des carrés au point 1,62. Doublant et centuplant, on trouve 324 m. carrés pour l'aire demandée.

III. Quel est le volume d'un cône droit dans lequel la circonférence de la base est de 8 mètres et la hauteur de 6 mètres?

Digitized by Google

Descendons verticalement depuis le point où l'oblique 8 coupe l'horizontale $2\pi r$ jusqu'à sa rencontre avec la transversale πr^2 ; nous tomberons sur une nouvelle oblique 5,1. Telle est la surface du cercle de base. Multiplions 5,1 par 2 (tiers de 6), nous trouvons pour produit 10,2. Le volume demandé est donc 10^{mcb}, 2.

IV. Quel est le rayon tel que la circonférence du cercle correspondant exprimée en mètres donne le même nombre que la surface de ce cercle exprimée en mètres carrés ?

L'horizontale $2\pi r$ et la première tranversale πr^2 se coupant sur la verticale 2, le rayon cherché est égal à 2 mètres.

V. Quel est le rayon tel que la surface du cercle correspondant exprimée en m. carrés, soit le dixième du volume de la sphère du même rayon, exprimé en m. cubes ?

La seconde transversale πr^2 et la troisième transversale $\frac{4}{3}\pi r^3$ se coupent sur la verticale 7,5, en un point qui correspond au nombre 176,7 sur la première et au nombre 1 767 sur la seconde. Donc $7^m,5$ est le rayon cherché.

APPLICATION DE L'ABAQUE A DES CALCULS DE MÉCANIQUE PRATIQUE.

37. *Poids des volumes de diverses substances.* Lorsque l'on connaît le volume d'un corps, rapporté au mètre cube pris pour unité, il suffit de multiplier ce volume par un certain nombre constant, quand il s'agit d'une même substance, pour obtenir le poids du corps. Ce nombre constant n'est autre que le poids d'un mètre cube de la substance, exprimé en kilogrammes.

Digitized by Google

On a tracé sur le bord vertical à droite du cadre des amorces qui correspondent aux poids du mètre cube des divers métaux les plus fréquemment employés dans les arts. Pour connaître les valeurs numériques de ces poids, il faut lire les divisions auxquelles correspondent les amorces et se rappeler qu'un mètre cube d'eau pèse 1 000 kilogrammes. On verra ainsi, en allant de bas en haut, que l'argent fondu pèse 10 500 kilogrammes le mètre cube ; le plomb fondu, 11 350 ; le mercure, à la température de la glace fondante, 13 600 ; l'or fondu, 19 300 ; le platine laminé, 22 060 ; le zinc fondu, 6 860 ; la fonte, 7 210 ; l'étain fondu, 7 290 ; le fer forgé, 7 790 ; le cuivre jaune passé à la filière, 8 540 ; le cuivre rouge, 8 900.

Exemple de détermination de poids.

Quel est le poids du mètre courant d'une barre en fer forgé de $0^{m},04$ d'équarrissage ?

Le carré de 4 est 16 ; multipliant 16 par 7,788, c'est-à-dire suivant la verticale 1,6 jusqu'à la rencontre de l'horizontale qui passe par l'amorce intitulée *fer forgé*, on tombe sur l'oblique 12,50 qui correspond au produit 125,0. Multipliant par 1 000, puisque la véritable valeur du poids du mètre cube est de 7 788 kilogrammes, et non pas $7^{kil.},788$; puis, divisant par 10 000, puisque c'était 0,04 et non pas 4 que l'on devait élever au carré, il vient $12^{kil.},5$ pour la valeur cherchée.

38. *Pesanteur*. L'intensité de la pesanteur, en un lieu déterminé, est représentée par le double de l'espace que parcourt, pendant la première seconde de sa chute, un corps qui tombe dans le vide. Cette quantité, que l'on désigne ordinairement par la lettre g, est

Digitized by Google

égale à Paris à $9^m,809$. La valeur numérique de g, sa moitié $\frac{1}{2}g$, son double $2g$, sa racine carrée $\sqrt{g}$, la racine carrée de son double $\sqrt{2g}$, entrent comme multiplicateurs ou comme diviseurs dans une foule de formules relatives à la chute des corps, aux oscillations du pendule, à l'écoulement des liquides, etc... Des amorces tracées sur le bord à droite du cadre correspondent, à partir du bas, aux nombres $\frac{1}{10}2g = 1^m,962$; $\sqrt{g} = 3^m,132$; $\sqrt{2g} = 4^m,429$; $\frac{1}{2}g = 4^m,904$; $g = 9^m,809$. Elles faciliteront donc beaucoup les calculs dont il s'agit.

Les formules relatives à l'écoulement de l'eau par des déversoirs renferment des racines carrées de cubes (puissances $\frac{3}{2}$); ce sera le cas de leur appliquer le procédé qui a été donné (n° 26) pour trouver, par une opération unique, des résultats de ce genre.

Autres problèmes de mécanique appliquée. Les cas d'équilibre des diverses machines simples, qui ne dépendent que d'une proportion; les dimensions, les vitesses et les efforts des roues d'engrenage; le calcul de la force en chevaux de diverses machines, d'après les effets qu'elles produisent en un temps déterminé; une foule de questions du même genre sont évidemment de nature à être résolus par l'abaque.

TRIGONOMÉTRIE (1).

39. On voit des deux côtés de la figure des échelles avec les désignations *sinus*, *cosinus; tangentes*,

(1) Les échelles trigonométriques ne sont pas tracées sur tous les exemplaires de l'*Abaque;* mais on les trouve sur les éditions anglaise et allemande, sur le modèle n° 1 *bis* et sur l'édition

Digitized by Google

cotangentes. Ces échelles établissent la correspondance entre les lignes trigonométriques dont elles portent les noms et l'échelle des *nombres* qui est placée entre elles.

Cette disposition suffit pour rendre l'Abaque propre à effectuer tous les calculs de trigonométrie dans lesquels les lignes trigonométriques n'entrent qu'en multiplicateurs ou en diviseurs, ce qui est le cas ordinaire.

Expliquons d'abord comment on trouvera la valeur d'une ligne trigonométrique d'un angle donné.

40. *Échelle des sinus et des cosinus*. — L'échelle des sinus est composée de deux parties, l'une à droite, l'autre à gauche de l'échelle des nombres. Ces deux parties constituent, à proprement parler, une seule et même échelle, qui aurait été comme brisée en deux par son milieu, et dont une moitié aurait glissé, parallèlement à elle-même, de l'autre côté de l'échelle centrale (celle des nombres), tandis que la première moitié serait restée dans sa position primitive. Antérieurement à cette brisure, l'échelle des nombres, accolée à celle des sinus, doit être considérée comme numérotée de 1 à 100, les divisions de 10 à 100 étant absolument les mêmes que de 1 à 10.

Cela posé, la lecture doit commencer par le bas, à droite, et on voit en montant les valeurs :

1°, 2°, 3°, 4°, 5°,

auxquelles correspondent respectivement, sur l'é-

française de grand format. Seulement, sur tous les modèles autres que le modèle n° 1 *bis* l'échelle des sinus et celle des tangentes sont placées respectivement en bas et en haut du cadre, au lieu d'être à gauche et à droite. Du reste les divisions sont les mêmes, et la lecture se fait d'après les mêmes principes.

Digitized by Google

chelle des nombres, les valeurs suivantes, estimées à vue à $\frac{1}{100}$ d'unité près :

1,75 3,49 5,23 6,98 8,72;

or les valeurs des sinus naturels, à $\frac{1}{1000}$ près, telles que les donnent les tables ordinaires, sont les suivantes, le rayon étant pris à 100 :

1,745 3,490 5,234 6,976 8,716.

Pour 6° et plus, il faut chercher les sinus à partir du bas de l'échelle placée à gauche de celle des nombres, et considérer les divisions de cette dernière échelle comme valant non plus 1, 2, 3, jusqu'à 10, mais 10, 20, 30, jusqu'à 100. On trouvera ainsi pour les sinus des angles

6°, 7°, 8°, 9°, 10°, 20°, 50°, 70°,

les nombres

10,45 12,20 13,95 15,65 17,40 34,20 76,60 94,00

une table des sinus naturels aurait donné

10,453 12,187 13,917 15,643 17,365 34,202 76,604 93,97

Les deux parties de l'échelle des sinus sont divisées

de 5 en 5 minutes,	depuis 35′	jusqu'à 10 degrés;
de 10 en 10	10°	20
de 15 en 15	20	30
de 30 en 30	30	50
de degré en degré, de	50	70
de 2 en 2 degrés, de	70	80

Enfin, entre 80° et 90°, il n'y a qu'un trait de division correspondant à 85°.

Il sera donc facile de lire approximativement sur l'échelle la valeur du sinus naturel d'un angle quelconque exprimé en degrés et minutes, et réciproquement la valeur d'un angle donné par son sinus, le rayon étant égal à 100.

Les résultats suivants serviront d'exercice.

Digitized by Google

Angles.	Sinus donnés par l'Abaque.	Sinus donnés par une table.
0°35′	1,02	1,018
2 12	3,84	3,839
5 50	10,15	10,164
32 45	54,10	54,097

On remarquera d'ailleurs qu'à un même sinus correspondent deux angles dont la somme est toujours de 180°; c'est ce qui explique l'usage de la double graduation qui est sur l'échelle des sinus. Les nombres 179, 178, 177, etc., sont placés respectivement au-dessus des nombres 1, 2, 3, etc., avec lesquels ils font une somme constante de 180.

Ainsi les sinus des angles

$$0°35', \quad 2°12', \quad 5°50', \quad 32°45'$$

sont aussi ceux des angles

$$179°25', \quad 177°48', \quad 174°10', \quad 147°15'.$$

Les divisions de l'échelle du cosinus sont les mêmes que celles de l'échelle du sinus; seulement le numérotage est différent. Les lectures se font du reste de la même manière, en considérant les cosinus comme compris entre 1 et 10 pour tous les angles indiqués par la graduation de la partie de l'échelle qui est à droite de celle du sinus; et comme compris entre 10 et 100 pour tous les angles indiqués par la graduation de la partie de l'échelle qui est à gauche de celle du sinus.

On remarquera encore qu'à un même cosinus (pris avec sa valeur absolue) correspondent toujours deux arcs dont la somme est de 180°; que la somme des plus petits angles qui correspondent à une même division considérée comme appartenant à un sinus et à un cosinus est de 90°; et que la somme des

Digitized by Google

plus grands angles correspondant aux mêmes lignes est de 270°.

Cela posé, la lecture sur l'échelle des cosinus n'offrira aucune difficulté, et on pourra prendre pour exercice les exemples suivants.

Angles.	Cosinus donnés par l'Abaque.	Cosinus donnés par une table.
10°. . ou 170° . .	98,50	98,48
61°15′ ou 118°45′	48,10	48,099
84°10′ ou 95°50′	10,20	10,16
87°10′ ou 92°50′	4,95	4,94
89°25′ ou 90°35′	1,02	1,018

41. *Échelle des tangentes et des cotangentes.* — La première de ces deux échelles, comme celle des sinus, est composée de deux parties, l'une à gauche, l'autre à droite de celle des nombres. La construction primitive est tout à fait analogue à celle de l'échelle des sinus.

La lecture doit commencer par le bas de la partie à gauche; et, lorsque l'on est arrivé en haut de cette partie, on continue en reprenant au bas de la partie à droite.

L'échelle des tangentes est divisée

de 5 en 5 minutes;	depuis 35′	jusqu'à 10	degrés;
de 10 en 10	10°	20	
de 15 en 15	20	30	
de 30 en 30	30	45	

Comme à une même tangente, considérée avec sa valeur absolue, correspondent deux angles suppléments l'un de l'autre, il y a sur l'échelle une seconde graduation qui s'étend de 135° à 180°. Les nombres des deux graduations correspondant à une même division, font une somme constamment égale à 180°.

L'échelle des cotangentes ne diffère de celle des tangentes que par les chiffres de la graduation; elle

Digitized by Google

s'étend à tous les angles compris entre 90°35′ et 45°, puis entre 90°35′ et 135°.

La première échelle ne donne donc pas les tangentes des angles compris entre 45° et 90°; ni la seconde les cotangentes des angles compris entre 0 et 45° ou entre 135° et 180°.

Pour suppléer à cette lacune apparente, il suffira de se rappeler que la tangente d'un angle est toujours égale à l'unité divisée par la tangente du complément à 90°. Ainsi, pour la tangente d'un angle compris entre 45° et 135°, on prendra la tangente du complément, lequel sera compris entre 0 et 45°; pour la cotangente d'un angle compris entre 0° et 45° ou entre 135° et 180°, on prendra la cotangente du complément, lequel sera toujours compris entre 45° et 135°. Seulement on considérera la valeur ainsi prise comme un diviseur, si la ligne trigonométrique de l'angle donné entrait en multiplicateur dans le calcul; et comme un multiplicateur dans le cas contraire.

Il est entendu, d'ailleurs, que l'on considérera l'échelle des nombres comme numérotée de 1 à 10 lorsque l'on comparera cette échelle à la portion de l'échelle des tangentes et cotangentes, qui est à sa gauche; et que le numérotage sera fait de 10 à 100, pour la comparaison avec la partie de l'échelle des tangentes et cotangentes qui est à droite.

Cela posé, rien ne sera plus facile que d'obtenir la valeur de la tangente ou de la cotangente d'un angle donné, et réciproquement.

Les résultats suivants serviront d'exercice (2).

(1) On voit, par ce qui suit, que l'échelle des tangentes servira à réduire en degrés les pentes par mètre et réciproquement. Ainsi une pente de 10 centimètres par mètre (inclinaison à l'ho-

Digitized by Google

Angles.	Tangentes données		Cotangentes données	
	par l'Abaque.	par une table.	par l'Abaque.	par une table.
0°40′	1,165	1,164	»	»
2°35′	4,510	4,512	»	»
35° 0	70,00	70,02	»	»
60°15′	»	»	57,2	57,154
115°45′	»	»	48,2	48,234
172°30′	13,150	13,165	»	»

42. *Règle générale pour tous les calculs trigonométriques.* Tous ces calculs se réduisent constamment à chercher la valeur du produit et du quotient d'un ou de plusieurs nombres par une ou plusieurs lignes trigonométriques.

Or on sait, d'après ce qui précède, trouver la valeur numérique d'une ligne trigonométrique correspondant à un angle donné, et réciproquement : de sorte que l'on peut substituer des nombres ordinaires, faciles à lire sur l'abaque, aux lignes trigonométriques qui entrent en multiplicateurs ou en diviseurs dans les formules.

Seulement il faudra ne pas confondre l'un avec l'autre les résultats relatifs aux deux parties juxtaposées des échelles trigonométriques.

Pour cela il est bon de rappeler, par une figure, la disposition que l'abaque aurait eue si, au lieu de faire glisser la moitié de chacune de ces échelles contre l'autre, on eût laissé ces échelles dans leur longueur primitive.

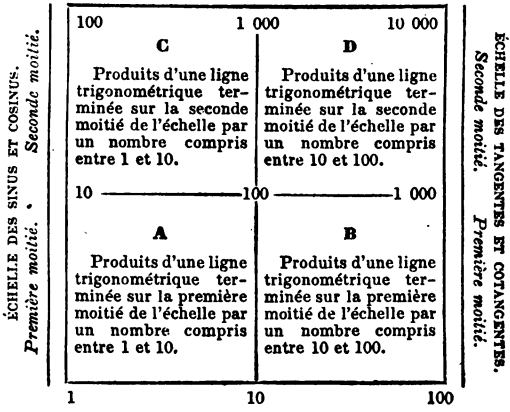
Cette figure aurait été, ainsi qu'on le voit, composée de quatre carrés tout à fait égaux à celui de l'abaque, et divisés de la même manière. Comme le bord inférieur et le bord à gauche auraient été nu-

rizon dont la tangente est 0,1) équivaut à 5° 42′ 30″ environ, et un angle de 35° correspond à une pente de 70 centimètres par mètre.

Digitized by Google

mérotés de 1 à 100, les obliques sur lesquelles se lisent les produits auraient porté les nombres compris entre 1 et 10 000.

Disposition primitive de l'abaque trigonométrique.



Mais d'un autre côté les lignes trigonométriques n'entrent dans les calculs que par leurs rapports au rayon que l'on a supposé ici égal à 100 ; de sorte que si le résultat d'une formule trigonométrique est un nombre, on doit diviser ou multiplier le nombre que l'on aura obtenu en opérant avec l'abaque autant de fois par 100 qu'il y a eu de lignes trigonométriques qui sont entrées comme facteurs ou comme diviseurs dans la formule. Au contraire, si le résultat final de la formule doit être une ligne trigonométrique, on n'oubliera pas de rétablir dans les calculs le rayon des tables qui est égal à 100.

En résumé, il n'y aura jamais d'ambiguïté ni sur

Digitized by Google

la valeur du nombre, ni sur la valeur de la ligne trigonométrique qui correspond à un résultat donné, si l'on se représente la figure ci-dessus et si l'on se rappelle que le rayon a été pris égal à 100.

C'est ce que des exemples vont éclaircir. Nous supposerons, pour plus de clarté, que les quatre carrés de la figure sont désignés par les lettres A, B, C, D.

43. *Exemples de calculs trigonométriques.*

I. Quel est, en nombre, le produit de 74 par sinus de 30° ?

Suivez la verticale (1) 7,4 jusqu'à la rencontre de l'horizontale 5,0. Celle qui correspond à sin 30° était 50,0 ; la rencontre a lieu sur l'oblique 37. D'une part cette rencontre doit être censée avoir lieu dans le carré D, et par conséquent le produit serait 3 700 ; d'un autre côté il faut diviser par 100, puisqu'une ligne trigonométrique est un des facteurs du produit, donc 37 est bien le produit cherché.

II. Quel est, en nombre, le produit de 74 par sinus de 0° 40′ ?

Suivez l'horizontale 1,16 qui correspond au sinus de 0° 40′ jusqu'à la rencontre de la verticale 7,4 ; la rencontre a lieu sur l'oblique 8,6 ; et comme elle est censée avoir lieu dans le carré B, le produit cherché est 86 divisé par 100 ou 0,86.

III. Quel est l'angle dont la tangente est égale à $\frac{27}{38}$?

Ici le rayon égal à 100 est sous-entendu ; la véritable question est de résoudre la proportion

$$38 : 27 :: 100 : \text{tang. } a \text{ d'où tang. } a = \frac{2700}{38}.$$

(1) Dans tout ce qui suit, le mot *horizontal* et le mot *vertical* doivent être substitués l'un à l'autre pour les abaques où les échelles trigonométriques sont parallèles à la base du cadre au lieu d'être perpendiculaires à cette base.

Digitized by Google

Suivez donc la verticale 3,8 jusqu'à la rencontre de l'oblique 27 ; la rencontre a lieu sur l'horizontale 7,1. Elle aurait eu lieu, sur l'horizontale 71 et dans le carré C si l'on avait opéré sur la figure complète et sur les nombres 38 et 2700. On doit donc lire, sur la 2e partie de l'échelle des tangentes, le nombre correspondant à 7,1, c'est-à-dire l'angle de 35° 20′.

IV. Quel est l'angle dont la cotangente est égale à $-\frac{327}{2840}$?

Cette cotangente est plus grande que l'unité ; cherchons donc quel est l'angle qui correspond à la valeur inverse ou à $-\frac{2840}{327}$ considérée comme tangente. La question est ramenée à chercher la valeur

$$\text{tang. } a = -\frac{28400}{327} = -\frac{2840}{32,7}.$$

Suivons la verticale 3,27 jusqu'à la rencontre de l'oblique 28,4, nous tombons sur l'horizontale 8,6. En opérant sur la figure complète et sur les nombres 32,7 et 2840, la rencontre aurait lieu dans le carré D ; la lecture doit donc être faite sur la 2e partie de l'échelle des tangentes. La division 8,6 correspond ainsi à 139° 5′. Tel est l'angle dont la tangente est égale à $-\frac{2840}{327}$ et la cotangente égale à $-\frac{327}{2840}$.

On a pris le plus grand des deux angles qui correspondent à un même degré de l'échelle, parce qu'il s'agissait ici d'une tangente négative. Mais si l'on avait eu à opérer sur une tangente positive telle que $\frac{2840}{327}$, on aurait pris le plus petit de ces angles, c'est-à-dire 40° 55′.

V. Trouver le quatrième terme de la proportion sin 15° : 0,21 :: sin 9° : x.

Digitized by Google

Suivez la verticale 2,1 jusqu'à la rencontre de l'horizontale 1,57 qui correspond au sinus de 9°. La rencontre a lieu sur l'oblique 33,2, laquelle est rencontrée à son tour par l'horizontale 2,59 qui correspond au sinus de 15° sur la verticale 1,27. Il résulte de l'inspection seule de la proportion et des règles précédemment exposées que la virgule doit être reculée d'un rang à gauche dans le résultat précédent, de sorte que la véritable valeur de x est 0,127.

VI. Calculer un triangle qui a un angle A de 165° compris entre le côté b égal à $153^m,75$, et le côté c égal à 39^m48.

On posera la proportion

$$b+c : \text{cotang.}\ \tfrac{1}{2}\,A :: b-c : \text{tang.}\ \tfrac{1}{2}\,(B-C)$$

$$b+c = 193^m,23$$

$$b-c = 114,27$$

On trouvera cotang. $82° 30' = 13,2$. Le produit de cotang. $\frac{1}{2}$ A par $b-c$ est donc 150. Le quotient de 150 par 19,3 est 7,75, qui correspond à la tangente de 4° 25'. (Le calcul par les tables trigonométriques donne 4° 27'.)

Prenant donc $\frac{1}{2}\,(B-C) = 4° 25'$, on aura pour les deux autres angles du triangle

$$B = 90° - \tfrac{1}{2}\,A + \tfrac{1}{2}\,(B-C) = 11° 55'$$

$$C = 90° - \tfrac{1}{2}\,A - \tfrac{1}{2}\,(B\ \ C) = 3° 5'$$

Le dernier côté sera donné par la formule

$$a = \frac{b \sin. A}{\sin. B} = \frac{153^m,75 \times \sin. 165°}{\sin. 11° 55'} = 192^m.$$

Les tables trigonométriques donnent $192^m,42$.

Digitized by Google

ÉCHELLE DES LOGARITHMES (1).

44. *Lecture des logarithmes.* On voit, sur la gauche du cadre, une échelle verticale composée de trois parties. Celle du milieu porte l'indication *Nombres,* et est divisée en 500 parties égales; les deux autres sont désignées par le mot *Logarithmes.* Ces deux dernières ne sont, à proprement parler, qu'une seule et même échelle, qui aurait été comme brisée en deux en son milieu, et dont la partie supérieure aurait glissé, parallèlement à la première, à gauche de l'échelle centrale, tandis que la première restait accolée à la droite de celle-ci.

Cette échelle logarithmique est donc d'une longueur double de celle qui forme les bords du cadre. Elle est divisée, de même que ces bords, en neuf parties principales, subdivisées chacune en dix; de plus, chacune de ces subdivisions est partagée elle-même en dix de 1 à 2; en 5 de 2 à 4; en 2 de 4 à 10. La lecture d'un nombre quelconque, n'ayant pas plus de trois chiffres significatifs, s'y fera avec une très-grande facilité : d'autant plus que les divisions principales entre 1 et 2, qui sont les plus grandes, portent de petits chiffres italiques, 1, 2, 3, 4,... qui servent à les distinguer.

On se sert de la juxtaposition de l'échelle des parties égales et de l'échelle des parties logarithmiques pour obtenir, à vue, la valeur numérique des logarithmes des nombres, en employant les principes suivants :

(1) Cette échelle n'est pas tracée sur le modèle n° 1; mais on la trouve sur les éditions allemande et anglaise, et sur le modèle français de grand format.

Digitized by Google

1° Le logarithme de 10 ou l'unité est composé de 1 000 parties égales.

2° Le logarithme de tout nombre moindre que 10 est plus petit que l'unité, et renferme un certain nombre de millièmes moindre que 1 000.

3° La partie décimale d'un logarithme ne change pas, quelle que soit la valeur relative du nombre auquel il correspond, tant que les chiffres de ce nombre restent les mêmes.

4° La *caractéristique* ou partie entière du logarithme d'un nombre est 0, 1, 2, 3,... suivant que ce nombre est compris entre 1 et 10; entre 10 et 100; entre 100 et 1000; entre 1 000 et 10 000, etc.; elle est $\overline{1}$, $\overline{2}$, $\overline{3}$,... (1) suivant que le nombre est compris entre 0 et $\frac{1}{10}$, entre $\frac{1}{10}$ et $\frac{1}{100}$, entre $\frac{1}{100}$ et $\frac{1}{1000}$, etc.

5° La partie décimale des logarithmes des nombres moindres que 3,162 est plus petite que 500 millièmes; cette partie décimale est comprise entre 500 millièmes et l'unité pour les logarithmes des nombres compris entre 3,162 et 10.

45. Pour se rendre compte de ce dernier principe, on doit imaginer que la partie de gauche de l'échelle logarithmique est mise dans le prolongement de la partie de droite, le bout inférieur de la première étant adapté exactement sur le bout supérieur de la seconde. Il faut supposer en même temps que l'échelle des nombres est prolongée d'une quantité égale à elle-même, et que le numérotage de la graduation y est continué de 500 à 1 000. Il est bien évident d'ailleurs que la correspondance entre les deux parties de l'échelle des logarithmes et l'échelle centrale, telles que l'Abaque les repré-

(1) On sait que le signe — (*moins*) placé au-dessus d'un chiffre indique que ce chiffre seul doit être soustrait.

Digitized by Google

sente, sera la même que celle qui aurait lieu dans la disposition dont il vient d'être question. Il suffit pour cela de considérer le numérotage de 0 à 500 de l'échelle centrale, comme applicable seulement à la partie de droite de l'échelle des logarithmes, et d'augmenter toutes les lectures de 500 quand il s'agira de comparer la partie de gauche de l'échelle logarithmique avec la partie centrale.

Exemples de détermination des logarithmes des nombres.

I. Quel est le logarithme de 2?

Le nombre 2 se trouve sur la partie de droite de l'échelle logarithmique; il correspond au nombre 301 de l'échelle des parties égales. La valeur de la partie décimale du logarithme de 2 est donc 301, et l'on écrit d'une manière abrégée

$$\text{Log. } 2 = 0{,}3010.$$

II. Quel est le logarithme de 6?

Le nombre 6 est sur la partie de gauche de l'échelle logarithmique; il correspond au nombre 278,2 de l'échelle des parties égales. Mais lorsque l'on est arrivé en haut de la partie à droite de l'échelle logarithmique, et que l'on poursuit en reprenant du bas de la partie à gauche de cette échelle, il est évident qu'au lieu des nombres 0, 50, 100,... 500, il faut lire 500, 550, 600,... 1 000 sur l'échelle des parties égales. Ainsi, en augmentant de 500 le résultat que l'on avait eu d'abord pour le nombre 6, on trouve

$$\text{Log. } 6 = 0{,}7782.$$

III. Quel est le logarithme de 1125?

Ce nombre a quatre chiffres à sa partie entière;

Digitized by Google

la partie entière de son logarithme sera donc égale à 4 moins 1 ou à 3. De plus, le nombre 1,125, lu sur la partie à droite de l'échelle logarithmique, correspond au nombre 51 et $\frac{5}{10}$ de l'échelle des nombres. On posera donc

$$\text{Log. } 1125 = 3{,}0515.$$

IV. Quel est le logarithme de 0,0875 ?

On lit ce nombre sur la partie de gauche de l'échelle logarithmique ; le nombre correspondant est 422 millièmes. D'un autre côté, la caractéristique est $\overline{2}$. En augmentant de 500 millièmes, à cause de la position sur l'échelle de gauche, on aura donc

$$\text{Log. } 0{,}0875 = \overline{2}{,}9420.$$

46. *Application des logarithmes.* On pourra se servir, pour calculer les puissances et les racines des nombres, de l'échelle logarithmique dont on vient de parler. On se fondera sur ce principe que le logarithme de la puissance ou de la racine d'un nombre est égal au produit ou au quotient du logarithme du nombre, par l'exposant de la puissance ou par l'indice de la racine.

Exemple d'élévation aux puissances par les logarithmes.

— Quelle est la 6e puissance de 4 ?

Le logarithme de 4 donné par l'échelle est 0,6020 ; sextuplant le résultat, on a 3,612. Or, 112 millièmes, c'est-à-dire 612 moins 500, correspondent au nombre 409. Comme la caractéristique était 3, la puissance cherchée doit avoir 4 chiffres significatifs. On écrira donc

$$4^6 = 4090.$$

Le résultat exact étant 4096, l'approximation obtenue est de $\frac{1}{683}$.

Digitized by Google

ÉCHELLE DES CORDES (1).

47. On emploie avec succès, dans la géométrie pratique, la corde d'un arc pour tracer l'angle au centre correspondant, ou pour mesurer un angle donné. Cette corde est la base d'un triangle isoscèle, dont les deux autres côtés sont égaux au rayon, et dont l'angle au sommet est précisément celui qu'il s'agit de mesurer ou de construire. On se sert ordinairement, dans ce but, d'une table contenant les valeurs des cordes dans un cercle dont le rayon est égal à l'unité, cordes qui correspondent à des angles croissant d'une manière uniforme (d'un quart de degré, par exemple). On peut aussi faire usage d'une échelle semblable à celle qui a été construite à droite du cadre.

Cette échelle est composée de trois parties distinctes. Celle du milieu porte l'indication *nombres*, et est divisée en 500 parties égales. Les deux autres sont désignées par le mot *cordes*.

Pour bien concevoir les résultats donnés par la comparaison de la graduation des deux échelles latérales avec la graduation de l'échelle centrale, il faut d'abord se figurer que celle-ci soit prolongée d'une quantité égale à elle-même et que la partie supérieure, divisée en 500 parties égales comme la partie inférieure, porte de 50 en 50, à partir du bas, les nombres 11, 12, 13, ... 20, qui font suite aux premiers 0, 1, 2, 3, ... 10. Il faut imaginer, en outre, que la partie de l'échelle des cordes placée à droite de la bande centrale, glisse parallèlement à elle-même pour venir ensuite s'ajuster par son extré-

(1) Cette échelle n'est pas tracée sur le modèle n° 1; mais on la trouve sur les éditions anglaise et allemande, et sur le modèle français de grand format.

Digitized by Google

mité inférieure sur l'extrémité supérieure de l'autre partie de l'échelle des cordes placée à gauche de la bande centrale.

Cela posé, on voit que les nombres marqués sur les échelles des cordes sont les degrés de la demi-circonférence, depuis 0 jusqu'à 180°, et que les nombres correspondants sur l'échelle des nombres sont les valeurs des cordes en parties du rayon supposé égal à 10.

Ainsi le nombre 10° sur l'échelle latérale à gauche, correspondant au nombre 1,74 sur la bande centrale, on en conclut que la corde de l'angle de 10° est 174, par un rayon égal à 1 000.

Le nombre 90° sur l'échelle latérale à droite correspondant au nombre 4,14 sur la bande centrale, on doit augmenter celle-ci de 10, parce qu'il s'agit de la bande de droite, et on a 1 414 pour la valeur de la corde de l'angle de 90°, le rayon étant toujours égal à 1 000. C'est aussi la valeur de la diagonale dans le carré dont le côté est représenté par 1 000.

La lecture pour des angles intermédiaires entre ceux qui portent la graduation n'offre pas plus de difficultés. Seulement il faudra toujours faire attention d'augmenter de 1000 les nombres lus sur la bande centrale, lorsqu'ils correspondront à des angles dont les valeurs se trouvent sur l'échelle à droite.

Les exemples représentés dans le petit tableau suivant serviront d'exercice.

Exemples pour la détermination des cordes par les angles, et des angles par les cordes, le rayon étant égal à 1000.

Angles.	Cordes.	Cordes.	Angles.
26° 0′	450	570	33° 6′
54°30′	916	1 124	68°24′
100°45′	1 541	1 710	117°30′

Digitized by Google

ABAQUE DES ÉQUIVALENTS CHIMIQUES.

48. Supposons que nous ayons tracé sur les bords inférieurs et à gauche du cadre des amorces qui correspondent aux nombres que l'on est convenu d'appeler *équivalents chimiques* ou *nombres proportionnels*, et que le nom du corps auquel chacune des amorces se rapporte soit inscrit à côté de cette amorce. Un abaque ainsi disposé sera propre à résoudre toutes les questions possibles sur les proportions dans lesquelles les corps doivent être combinés pour déterminer d'une manière complète certaines réactions. Il sera utile au fabricant dans son usine comme au chimiste dans son laboratoire.

Exemples de l'usage de l'abaque pour les questions relatives aux équivalents chimiques.

I. Quels sont les poids de soufre et d'oxygène nécessaires à la formation de 15 grammes d'acide sulfurique?

Les équivalents chimiques du soufre et de l'acide sulfurique, celui de l'oxygène étant 1, sont respectivement 2 et 5; et l'on sait que l'acide sulfurique se compose, en poids, de deux parties de soufre et de trois d'oxygène.

Il s'agit donc de résoudre les proportions

$$5 : 2 :: 15 : x, \text{ et } 5 : 3 :: 15 : y$$

qui donnent $x = 6$, et $y = 9$; x est le poids du soufre et y celui de l'oxygène exprimé en grammes.

Ces opérations se feront à vue, sur l'abaque, sans difficulté, si les mots *oxygène*, *soufre*, *acide sulfurique* ont été inscrits sur le bord à gauche, en regard des chiffres 1, 2, 5.

Digitized by Google

Mais la manière de les effectuer n'est pas indifférente et peut devenir d'une très-grande simplicité.

Il suffit, en effet, de remarquer que les deux horizontales 5 et 2, correspondant à l'acide sulfurique et au soufre, coupent respectivement l'oblique 15 et l'oblique 6 sur une même verticale (celle qui correspond au nombre 3).

On trouve donc de suite que dans 15 grammes d'acide sulfurique il y en a 6 de soufre; d'où l'on conclut qu'il y en a 9 d'oxygène.

Cette manière d'opérer est tout à fait analogue à celle qui a été indiquée sous le titre de 3e méthode, pour trouver un terme inconnu dans une proportion (no 27).

II. Quels sont les poids d'acide sulfurique, de protoxyde de fer et d'eau nécessaires à la production de 35 grammes de sulfate de protoxyde de fer cristallisé?

Sur un abaque convenablement préparé, on verrait, contre le bord à gauche du cadre, outre les inscriptions dont il est question dans l'exemple précédent, les suivantes :

Eau, en regard du nombre 1,25;

Protoxyde de fer, en regard du nombre 4,40;

$\frac{1}{10}$ *Sulfate de protoxyde de fer cristallisé*, en regard du nombre 1,69.

La différence entre 16,90 (poids du sulfate cristallisé) et 4,40 + 5 (poids du protoxyde et de l'acide sulfurique) est 7,5; c'est le poids de l'eau contenue dans 16,90 de sulfate de fer cristallisé.

On posera donc les proportions :

$$16{,}9 : 35 :: 5 : x :: 4{,}4 : y :: 7{,}5 : z$$

et on en tirera

Digitized by Google

le poids d'acide cherché ou $x = 10,4$
le poids de protoxyde de fer demandé ou $y = 9,1$
le poids d'eau cherché ou $z = 15,5$

Total égal 35,0

Quant à la manière la plus expéditive d'obtenir ces résultats, elle est la même que dans l'exemple précédent. Ainsi on prendra le point où l'oblique 3,5 est rencontrée par l'horizontale 1,69 qui correspond à l'amorce $\frac{1}{10}$ *sulfate protoxyde de fer cristallisé* : et les nombres 9,1 ; 10,4 ; 15,5 se trouvent à l'intersection de la verticale passant par le point dont il vient d'être question avec les horizontales qui sont dans le prolongement des amorces correspondant au protoxyde de fer, à l'acide sulfurique et à 6 fois le nombre proportionnel de l'eau (7,5).

III. Quel poids d'azotate de chaux faut-il employer pour la décomposition de 248 kilogrammes de sulfate de fer cristallisé?

Sur l'abaque, convenablement préparé pour les proportions chimiques, on lit les inscriptions suivantes à côté du bord gauche du cadre :

Chaux anhydre en regard de. . . . . 3,56 ;
Acide azotique, id. . . . . 6,77 ;
$\frac{1}{10}$ *Azotate de chaux*, id. . . . . 1,03 ;
Sulfate de protoxyde de fer anhydre, id. . 9,40 ;
$\frac{1}{10}$ *Sulfate de protoxyde de fer hydraté*, id. . 1,69.

On en conclut qu'il y a lieu de poser

$$16,9 : 10,3 :: 248 : x = 152$$

d'où il résulte que 152 kilogrammes d'azotate de chaux décomposent complétement 248 kilogrammes de sulfate de fer cristallisé.

Si on voulait savoir quel serait, dans ces 248 ki-

Digitized by Google

logrammes de sulfate de fer cristallisé, le poids de sulfate de fer anhydre, celui du protoxyde de fer et celui de l'oxygène de l'oxyde, on poserait les proportions :

$$16{,}9 : 9{,}4 :: 248 : x = 138$$
$$16{,}9 : 4{,}4 :: 248 : y = 73{,}3$$
$$16{,}9 : 1 :: 248 : z = 14{,}7$$

de sorte que 248 kilogrammes de sulfate de fer cristallisé renferment 138 kilogrammes de sulfate anhydre, 73,3 de protoxyde de fer et 14,7 d'oxygène.

Observons, comme dans les exemples précédents, que les nombres 248 ; 152 ; 138 ; 73,3 et 14,7 se trouvent à la fois sur une même verticale (la verticale 1,47), aux points où elle est rencontrée par les horizontales qui correspondent au sulfate de protoxyde de fer cristallisé, à l'azotate de chaux, au sulfate de protoxyde de fer anhydre, au protoxyde de fer et à l'oxygène.

Ce qui précède met en évidence cette proposition fondamentale bien connue, que quand deux sels neutres (sulfate de protoxyde de fer et azotate de chaux) sont en quantité convenable (120 kilog. et 138 kilog.) pour se décomposer réciproquement en totalité, leurs bases (le protoxyde de fer et la chaux) renferment le même poids d'oxygène (14^{kil},7).

ABAQUE STATISTIQUE.

49. L'abaque, fournissant à vue le rapport de deux nombres donnés, se prête avec une grande facilité à la recherche des rapports en nombre infini que comportent une foule de questions de statistique.

Un seul exemple suffira pour faire comprendre cette application de la figure.

Digitized by Google

L'*Annuaire des longitudes* renferme une table intitulée : « Population spécifique, » dans laquelle, en regard du nom de chacun des 86 départements de la France, se trouvent inscrits : 1° le nombre d'habitants par kilomètre carré ; 2°. le rapport de ce nombre avec le nombre moyen, qui est, pour la France entière, égal à 64,0 environ.

Si on désirait comparer ensemble tous les départements deux à deux, il y aurait 3 655 divisions à faire ; il y en aurait même le double, 7310, en tenant compte de l'ordre dans lequel on fait la division. Mais l'abaque évite tous ces calculs, et permet d'établir très-simplement un tableau qui en renferme implicitement tous les résultats.

En effet, supposons que nous ayons inscrit, sur le bord à gauche du cadre, les noms des départements en regard des horizontales qui correspondent à leur population spécifique, avec des amorces indiquant la position exacte de cette horizontale, comme nous l'avons fait pour les conversions des poids et mesures et pour les équivalents chimiques. La population spécifique varie depuis 2512,4 habitants par kilomètre carré (Seine) jusqu'à 22,9 seulement (Basses-Alpes). Il faudra donc que les noms des départements dont la population spécifique surpasse 100 portent le coefficient $\frac{1}{10}$; le département de la Seine seul portera $\frac{1}{100}$ en regard de son nom.

Supposons maintenant qu'il s'agisse de trouver les rapports entre la population spécifique (73,1) des Bouches-du-Rhône, qui est le 22e de la série, et celles des 85 autres départements ; nous prendrons pour dividende le premier nombre et pour diviseurs les 85 autres. Les quotients s'obtiendront donc en lisant sur le bas du cadre les nombres auxquels cor-

Digitized by Google

respondent les intersections de l'oblique 7,31 avec toutes les horizontales qui sont au-dessous. Pour tous les départements dont les noms sont au-dessus de celui des Bouches-du-Rhône, on prendra, au lieu de l'oblique 7,31, l'oblique 73,1, qui, comme on sait, est située au-dessus de la diagonale 10-10, laquelle part du sommet d'en haut à gauche, pour aboutir au sommet en bas, à droite.

Les quotients sont compris entre 1 et 10 pour toutes les horizontales inférieures à 7,31 et qui ne portent pas de coefficients ; ils sont compris entre 1 et 0,1 pour toutes celles qui ont exigé la substitution de l'oblique 73,1 à l'oblique 7,31, et pour celles qui portent le coefficient $\frac{1}{10}$; le quotient relatif à la Seine est compris entre 0,1 et 0,01, à cause du coefficient $\frac{1}{100}$.

Ainsi, les départements d'Indre-et-Loire, de la Loire, de la Manche et de la Seine, ayant respectivement des populations spécifiques représentées par les nombres 50,1 ; 91,5 ; 100,6 ; 2512, les rapports entre la population du département des Bouches-du-Rhône et celle de ces départements seront 1,46 ; 0,800 ; 0,727 ; 0,029.

On aurait pu prendre le nombre 73,1 pour diviseur au lieu de dividende, et chercher d'une manière analogue les rapports entre les nombres relatifs aux 85 autres départements et le nombre des Bouches-du-Rhône. Ces rapports sont les inverses de ceux que l'on aura trouvés par le calcul précédent.

On voit donc que par le fait seul de l'inscription des noms des 86 départements en regard des points convenables du cadre, on se trouve à même d'effectuer à vue une quelconque des 7310 divisions que comporte le problème qu'on s'était proposé.

FIN.

Digitized by Google

UN

ihmétiqu

ngénieu

Ce

on).

40



4

DE

partant du

3 et en suivan

dre.

ation et de la di

rme d'une propor

des lignes transv

le bas du cadre

partant des ligne

adre.

d'hydraulique, i

nes la plus proch

p. 34.

ui utile dans les

inclinées à 1 de

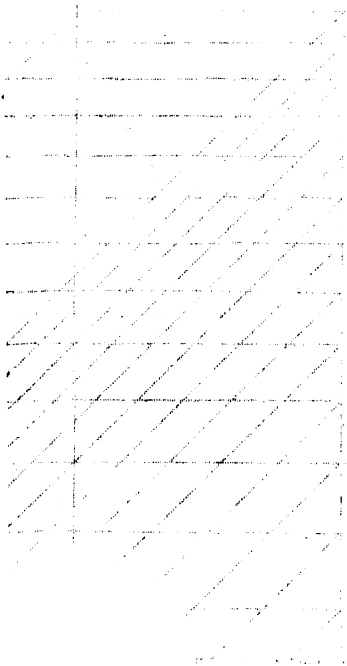
les autres se succ

dences qui porte

perficie d'un c

supérieur du ca

Digitized by Google



Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google


Digitized by Google