

THÉORIE ET PRATIQUE
DE LA
RÈGLE A CALCUL

PAR
QUINTINO SELLA

Ministre des finances du royaume d'Italie, etc., etc.

TRADUIT DE L'ITALIEN PAR
G. MONTEFIORE LEVI

*Da veniam scriptis, quorum non gloria nobis
Causa, sed utilitas officiumque fuit.*

Ovid. Fast. III, 9.



PARIS & LIÈGE
NOBLET & BAUDRY

LIBRAIRES-ÉDITEURS

A Paris, rue Jacob, 20

—
1863

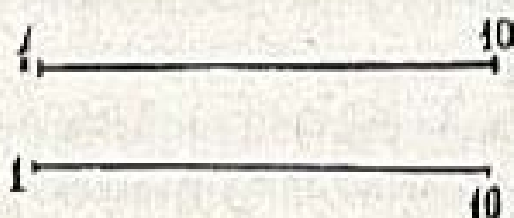
résoudre en une seule position du tiroir, non-seulement les proportions indiquées à l'article 25 pour la règle de 0,^m26, mais encore celles où les extrêmes étant des nombres à la première puissance, les moyennes sont des carrés ou des racines carrées.

A ces avantages viennent s'opposer des désavantages non moins réels, résultant des dimensions mêmes de la règle : il est moins portatif, il est plus difficile de faire correspondre le tiroir à un point donné, etc. A ceci il faut ajouter son prix de huit fois supérieur à celui de la règle ordinaire.

§ 2. Règles à calcul à échelles repliées.

62. Construction de la règle à échelles repliées.

On a vu dans le § précédent que l'échelle ajoutée à la partie inférieure de la face antérieure du tiroir permet d'exécuter, avec la grande règle, les multiplications et les divisions avec une exactitude double de celle que l'on obtiendrait avec une règle de longueur égale construite d'après la méthode ordinaire. M. Mannheim a fait construire une nouvelle règle très-ingénieuse, permettant d'obtenir une exactitude double de celle que donnerait une règle ordinaire de même longueur, non-seulement pour les multiplications et les divisions, mais encore pour les proportions quelconques, pour les carrés, les cubes, les racines carrées, les racines cubiques, etc. On verra par la description suivante ce qui a induit l'inventeur à qualifier sa règle comme étant à échelles repliées.



Cette règle comprend deux graduations semblables dont les divisions s'étendent de 1 à 10.

Sur la face antérieure du tiroir, on



étant partagée en divisions égales de 0 à 500 ; tandis que l'échelle supérieure porte les mêmes divisions que celles de la règle fixe, avec cette différence que 1 se trouve au milieu au lieu d'être au commencement, comme, dans les échelles de la règle ordinaire, où 10 se trouve à la fin. C'est comme si l'on avait enlevé les deux quarts extrêmes d'une échelle double de 1 à 100, de façon que le 10 resterait au milieu. Les points où la double échelle serait ainsi coupée correspondraient à $\sqrt[10]{10}$ et à $10\sqrt[10]{10}$, puisque :

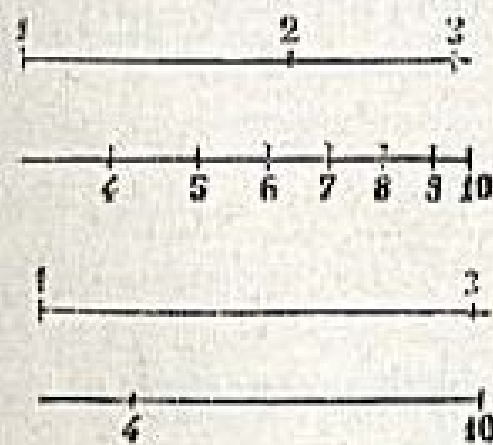
$$\log \sqrt[10]{10} = \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad \log 10\sqrt[10]{10} = 1 + \frac{1}{2}$$

Les nombres dont les premiers chiffres significatifs sont moindres que ceux de $\sqrt[10]{10}$ devront être lus à droite du milieu du tiroir, tandis que les nombres dont les premiers chiffres significatifs sont plus grands que ceux de $\sqrt[10]{10}$ devront, au contraire, être lus sur la partie de gauche.

Nous indiquerons donc le tiroir comme dans la figure, où l'échelle supérieure porte 10 au milieu et 4 et 30 respectivement près des deux extrémités.

Le revers du tiroir représente une échelle simple de 1 à 10 de longueur double des échelles

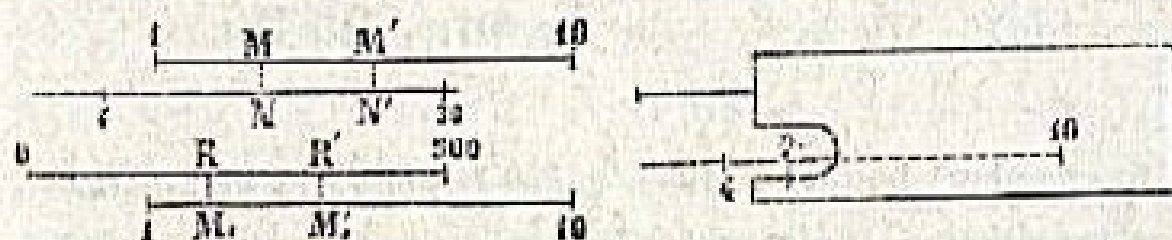
précédentes et qui serait partagée en deux parties égales, dont l'une serait maintenue à la partie supérieure du tiroir, tandis que l'autre serait transportée immédiatement au-dessous à la



partie inférieure. Nous indiquons cette face du tiroir en supprimant tous les chiffres intermédiaires et en ne laissant entre le 1 et le 10 que le 5 près de la fin de la première échelle et le 4 non loin du commencement de la seconde.

63. Théorie de la règle à échelles repliées.

Que le tiroir soit direct, et soient M, N, M', N' des nombres correspondant à des divisions coïncidentes, comme cela est indiqué dans la première figure ci-dessous, soient R et R' des divisions coïncidant sur l'échelle des parties égales aux divisions M et M' ; et enfin soit Q la division de l'échelle du revers du tiroir correspondant à un trait placé sur le bord d'une échancrure existant à l'extrémité de la règle fixe : en suivant la voie tracée dans l'art. 48 et les articles suivants, on verra aisément que :

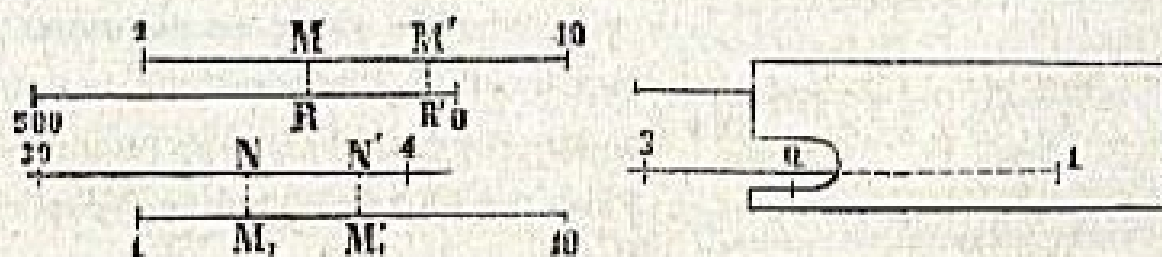


$$\frac{M}{N} = \frac{M'}{N'} = \frac{M \sqrt[10]{10}}{\frac{2R}{1000}} = \frac{M' \sqrt[10]{10}}{\frac{2R'}{1000}} = \frac{\sqrt[10]{10}}{Q^2}$$

pourvu que :

$$m - n = m' - n' = m_1 = m'_1 = -2q_1 + 2.$$

n et n' dans cette équation indiquant le nombre de chiffres de N et N' si ces quantités sont prises sur la moitié de gauche du tiroir et indiquant, au contraire, ce nombre diminué d'une unité s'ils sont lus sur la moitié de droite. m, m', m_1, m'_1, q_1 indiquent le nombre de chiffres de M, M', M_1, M'_1, Q_1 , à moins que l'on ne traite de puissances parfaites de 10 lues à l'extrémité et non à l'origine des échelles respectives. Dans ce dernier cas, les minuscules indiquent le nombre de chiffres des majuscules moins une unité.



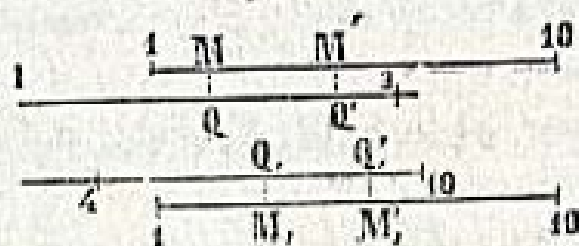
Que le tiroir soit retourné, les dénominations des lettres et leur coïncidence restant comme ci-dessus, on aura :

$$M, N = M', N' = M \sqrt[10]{\frac{2R}{1000}} = M' \sqrt[10]{\frac{2R'}{1000}} \\ = Q^2 \sqrt[10]{10}$$

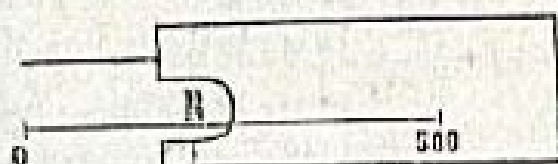
pourvu que :

$$m + n = m' + n' = m + 1 = m' + 1 = 2q.$$

Que le tiroir soit, au contraire, renversé et direct, les dénominations restant comme ci-dessus et les coïncidences comme dans la figure, on aura



$$\frac{Q^2}{M} = \frac{Q'^2}{M'} = \frac{Q'^2}{M'} = \frac{Q'^2}{M'}$$

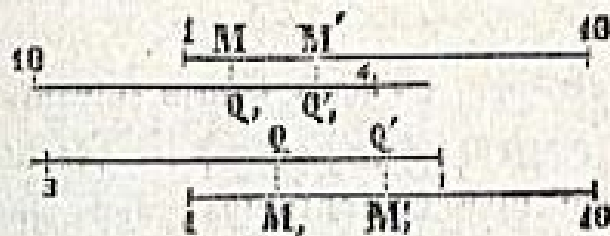


$$\frac{2R}{1000} + 2q - m - 1 = 10$$

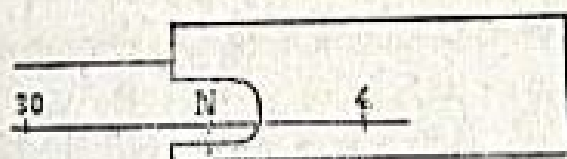
pourvu que :

$$2q - m = 2q' - m' = 2q_1 - m_1 + 1 = 2q'_1 - m'_1 + 1.$$

Enfin, que le tiroir soit renversé et retourné, les dénominations restant toujours invariables et les coïncidences comme dans la figure, on aura



$$M Q'^2 = M' Q'^2 = M_1 Q'^2$$



$$= M'_1 Q'^2 = N \sqrt[10]{10}$$

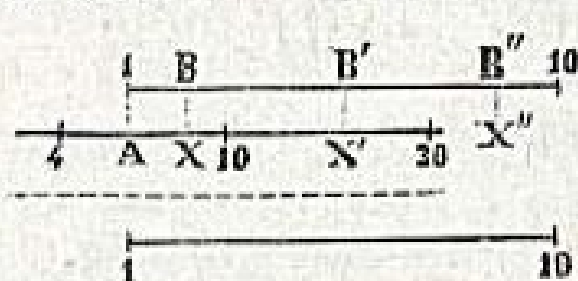
pourvu que l'on ait :

$$m + 2q_1 + 1 = m' + 2q'_1 + 1 = m_1 + 2q = m'_1 + 2q' = n + 3.$$

Pour mettre le lecteur à même de juger des avantages et des inconvénients de cette règle, nous croyons bien faire de montrer, par des exemples pratiques, la méthode d'exécution de quelques-unes des opérations principales qui peuvent se rencontrer.

64. Multiplications, divisions et proportions.

On cherche $X = A \cdot B$. Le facteur A lu sur le tiroir direct

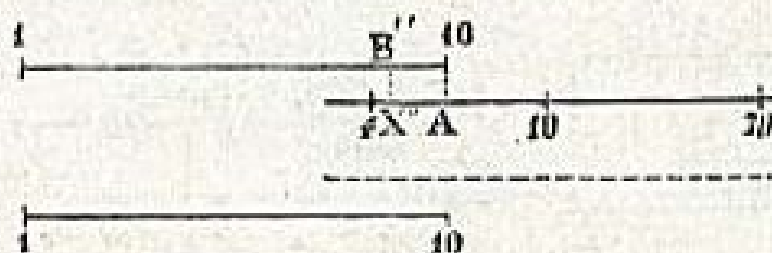


étant conduit sous l'origine de la règle fixe, on trouvera X sur le tiroir, sous B lu sur l'échelle supérieure. Si les premiers chiffres significatifs de A sont

plus grands que $3,162... = \sqrt{10}$ de manière que A vienne, comme dans la figure, sur la moitié gauche du tiroir, et si X tombe à gauche du milieu, alors $x = a + b - 1$.

Si au contraire, comme pour $X' = A \cdot B'$, X' tombe sur la moitié droite du tiroir, on aura $x' = a' + b'$.

Si, comme avec $X'' = A \cdot B''$, X'' tombe en dehors du tiroir, on

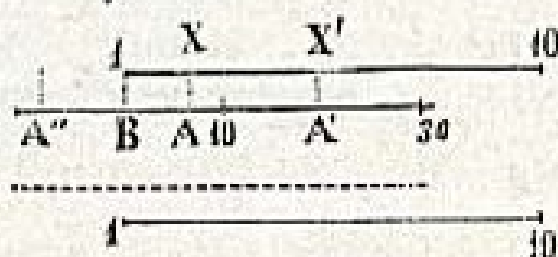


devra alors conduire A lu sur le tiroir, non plus sous l'origine, mais bien sous l'extrême de l'échelle supérieure,

et l'on aura encore $x'' = a + b''$.

De même, si les premiers chiffres significatifs de A sont moindres que ceux de $\sqrt{10}$, on trouvera le produit cherché dans l'une des positions précitées du tiroir.

Si l'on veut exécuter une division, les deux figures suivantes donnent une idée des cas qui peuvent se présenter, lorsque les premiers chiffres significatifs du diviseur sont plus grands que ceux de $\sqrt{10}$.



$$X = \frac{A}{B};$$

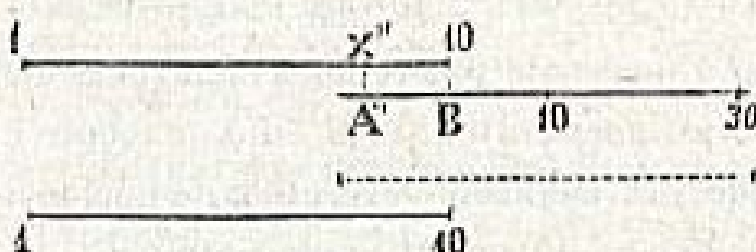
$$x = a - b + 1$$

$$X' = \frac{A'}{B};$$

$$x' = a' - b$$

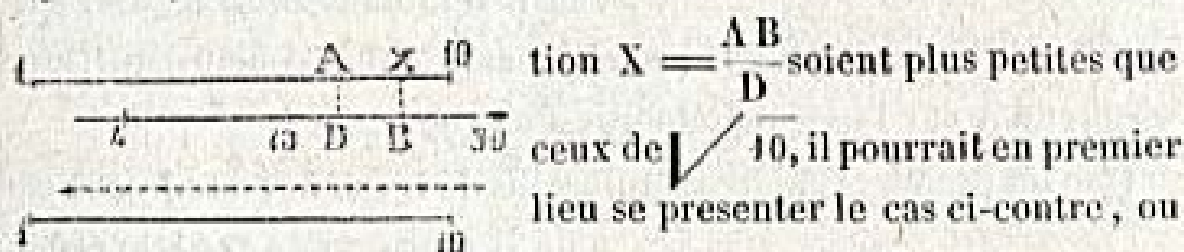
$$X'' = \frac{A''}{B};$$

$$x'' = a'' - b.$$



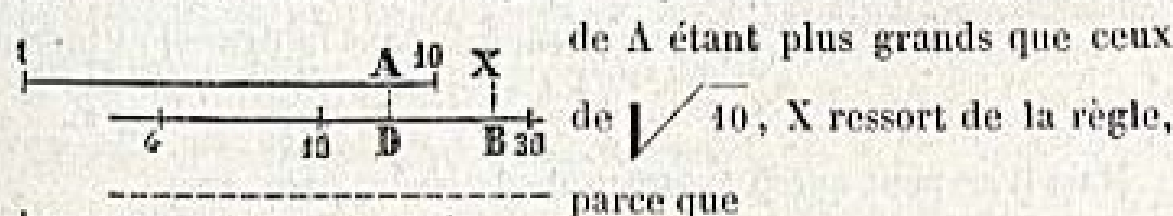
On opère la résolution des proportions de la même manière qu'avec la règle ordinaire. Reste à montrer comment la règle à échelles repliées peut toujours donner, avec une seule position du tiroir, le quatrième terme d'une proportion quelconque.

Que les premiers chiffres significatifs de D et de B dans la propor-



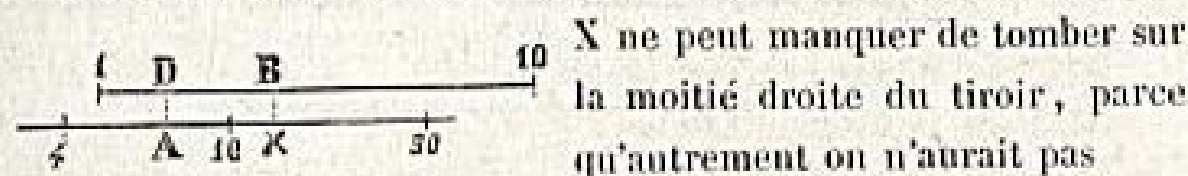
$$x = a + b - d.$$

Ensuite il pourra se faire que les premiers chiffres significatifs



$$x = a + b - d + 1.$$

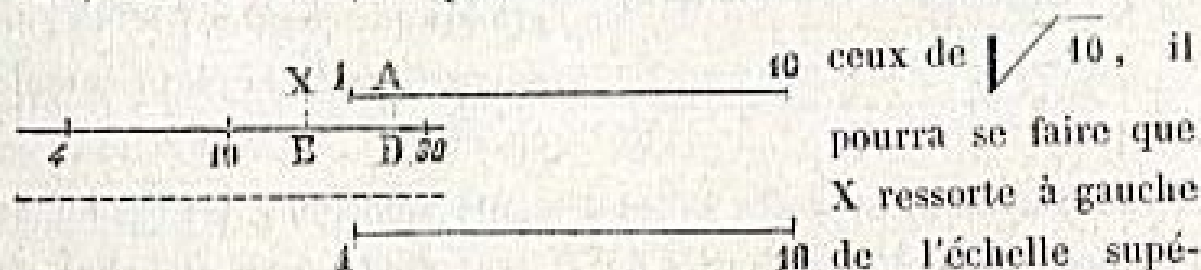
En disposant dans ce cas la règle comme dans la figure ci-contre,



$$x = a + b - d + 1.$$

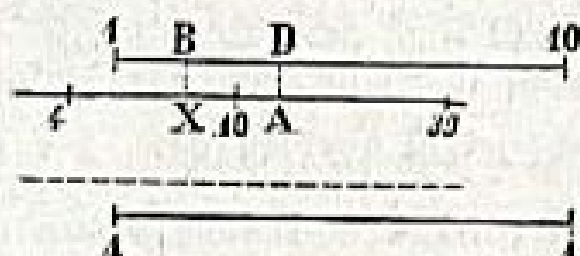
En outre, D et B se trouvent sur la première moitié de l'échelle supérieure, et A sur la première moitié du tiroir, de sorte que le milieu du tiroir sera non-seulement à droite de l'origine de l'échelle supérieure, mais encore à droite de D, et X devra se trouver sur la seconde moitié du tiroir.

Si, au contraire, les premiers chiffres de A sont moindres que



$$x = a + b - d - 1.$$

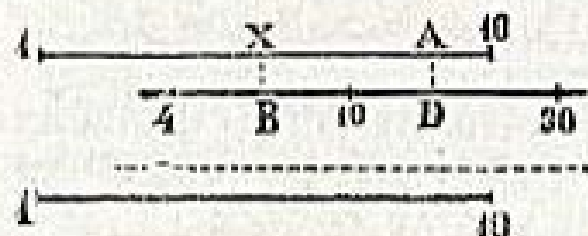
Alors, en disposant la proportion comme dans la figure, X doit se trouver à gauche du milieu du tiroir, parce que



$$x = a + b - d - 1,$$

et il sera dans cette moitié, parce que B et D étant lus sur la première moitié de l'échelle supérieure, on prend A sur la seconde moitié du tiroir.

Que les premiers chiffres significatifs de D soient moindres et ceux

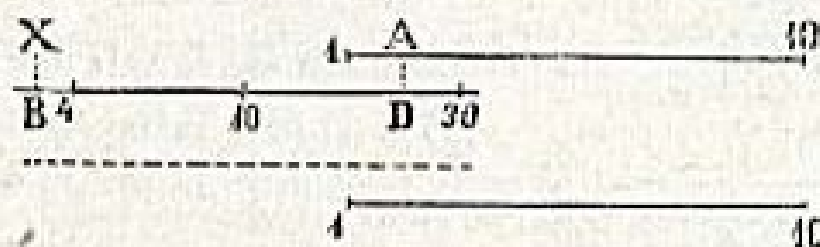


de B plus grands que les premiers chiffres de $\sqrt{10}$, il se pourra que l'on trouve X directement comme dans la figure, et on aura

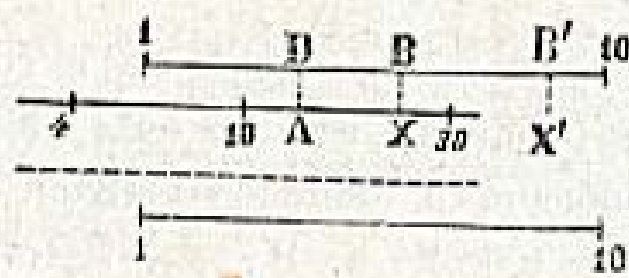
$$x = a + b - d + 1.$$

Mais il se peut que X ressorte de la règle, parce que

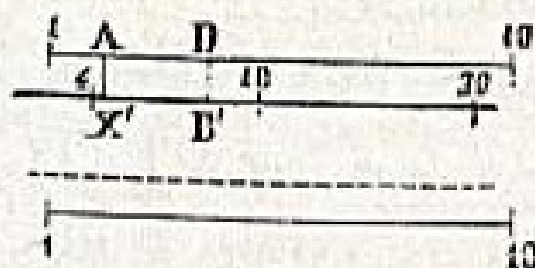
$$x = a + b - d.$$



Et on devra alors distinguer deux cas :



1° Si les premiers chiffres significatifs de X sont moindres que ceux de $\sqrt{10}$, on doit prendre X comme il est montré par la figure ci-contre.



2° Si les premiers chiffres significatifs de X' sont plus grands que ceux de $\sqrt{10}$, on devra disposer la règle comme ci-contre.

En examinant avec des raisonnements analogues les cas où les premiers chiffres significatifs de D sont plus grands que ceux de $\sqrt{10}$, on en conclura que l'on peut toujours résoudre avec une

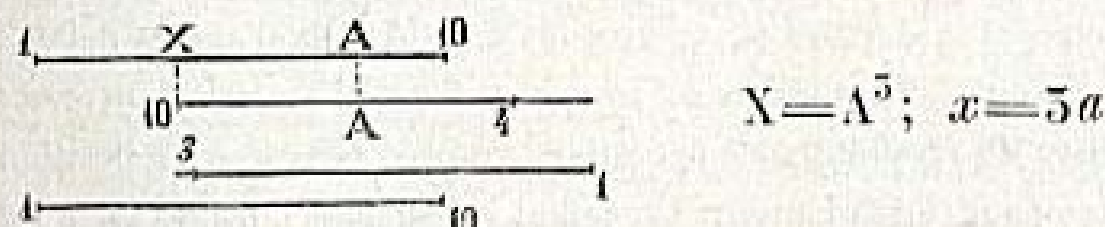
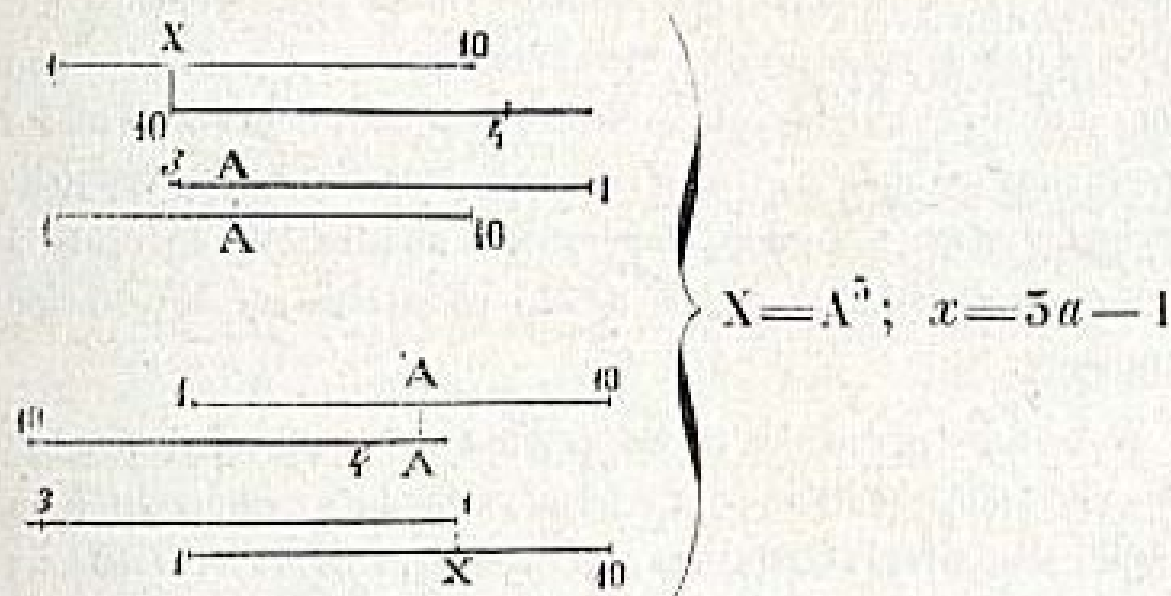
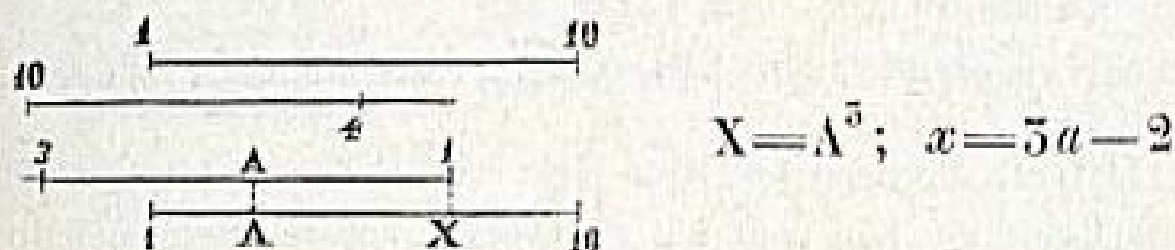
Le tiroir renversé et direct étant fermé de telle façon que son origine corresponde avec celle de la règle fixe, et les divisions A B A' B' représentant des nombres correspondant entre eux comme dans la figure, on aura

$$A = B^2; \quad a = 2b - 1; \quad A' = B'^2; \quad a' = 2b';$$

$$B = \sqrt{A}; \quad b = \frac{a+1}{2} \quad B' = \sqrt{A'}; \quad b' = \frac{a'}{2}.$$

Les figures suivantes montrent les cas qui peuvent se présenter dans l'élévation d'un nombre au cube.

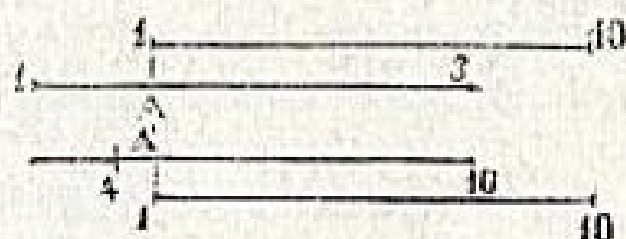
Supposons le tiroir renversé et retourné :



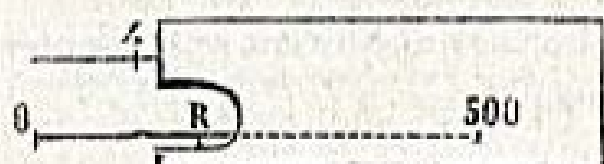
De ces figures on voit comment l'on peut extraire les racines

cubiques, et où l'on doit lire le nombre proposé selon que son nombre de chiffres est divisible par trois ou qu'il faille, pour le rendre divisible, y ajouter une ou deux unités.

Le tiroir étant renversé et direct de manière que deux divisions A et A', sur ses deux échelles, correspondent à l'origine de la règle fixe, on aura :



$$\log A = \frac{R}{1000} + a - 1$$



$$\log A' = \frac{R + 500}{1000} + a' - 1$$

66. *Avantages et inconvénients de la règle à échelles repliées.*

L'avantage principal de cette règle consiste dans la plus grande exactitude que l'on peut obtenir avec un appareil de même dimension que celle de la règle ordinaire. On en construit même qui, n'ayant qu'une longueur de 0,^m15 et étant par conséquent beaucoup plus portatives que la règle ordinaire de 0,^m26, donnent la même approximation qu'elle. On en fait également de 0,^m26, permettant d'obtenir dans beaucoup d'opérations une exactitude égale à celle que donne la règle de 0,^m51, construite sur le principe ordinaire.

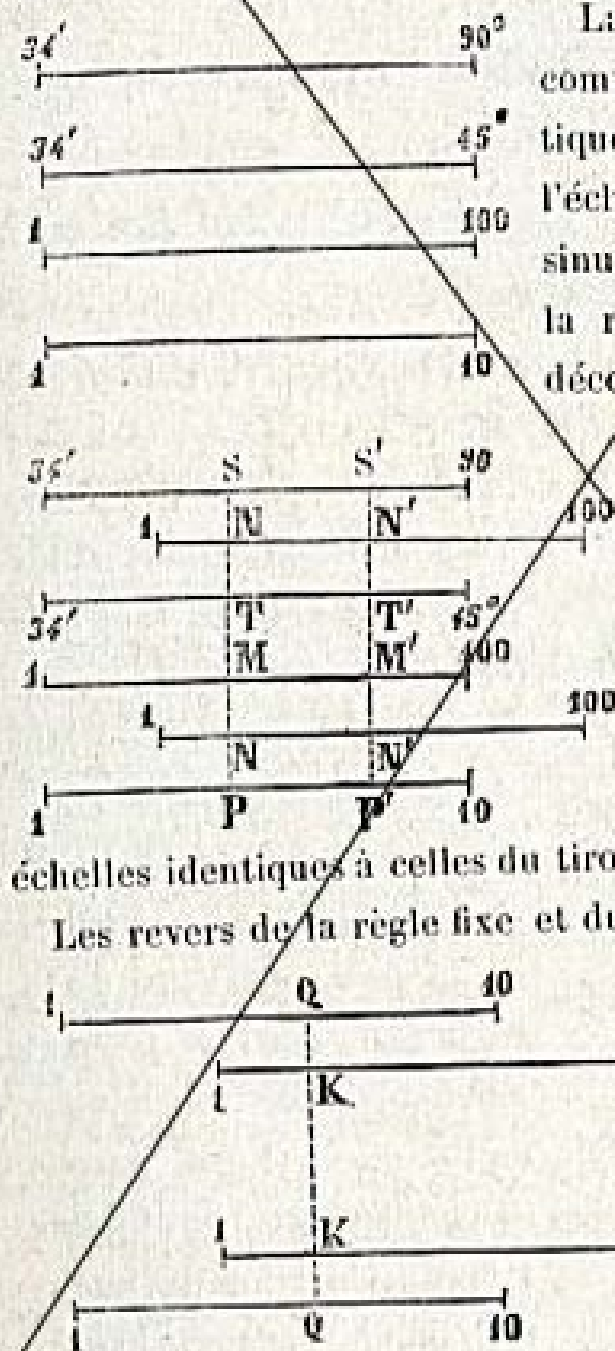
L'absence des échelles trigonométriques et le plus petit nombre des opérations que l'on peut exécuter avec une seule position du tiroir, sont, dans certains cas, un inconvénient grave. Mais ceux qui n'emploient la règle que pour la solution des opérations énumérées ci-dessus, ne trouveront à cette règle d'autres défauts que la nécessité où l'on se trouve souvent d'essayer à diverses reprises de résoudre une opération avant d'arriver à la position voulue pour son exécution. Ce défaut est surtout sensible lorsqu'il s'agit de proportions.

Nous devons du reste faire remarquer qu'il est beaucoup plus difficile de s'habituer au maniement de cette règle qu'à celui de la règle ordinaire, et, en conséquence, nous croyons que l'ingénieux instrument inventé par Mannheim est plutôt avantageux à celui qui a une parfaite habitude de l'emploi de la règle ordinaire, qu'au commençant qui manque encore d'habileté.

§ 5. Règle en carton de Lalanne.

67. Construction et théorie de la règle en carton.

Elle est formée d'une épaisseur de carton placée entre deux lames de verre.



La face antérieure de la règle comprend quatre échelles identiques avec l'échelle supérieure et l'échelle inférieure, avec celle des sinus et celle des tangentes dans la règle ordinaire. Le carton est découpé et enlevé entre les premières et les dernières de ces échelles, de manière que l'on voit dans l'intervalle entre elles les échelles du tiroir (en carton), lequel se meut sous le carton fixe. Ce tiroir porte sur sa face antérieure deux échelles identiques à celles du tiroir de la règle ordinaire.

Les revers de la règle fixe et du tiroir sont gradués d'une ma-

nière identique à l'échelle inférieure de la règle fixe ordinaire.

Soient $M, N, P, M', N', P', Q, K$ des nombres et S et T des angles représentés par des divisions