

Chemins de fer ponts, routes et canaux

Utilisation d'un cercle à calcul pour le béton armé

Si le calcul du béton armé n'offre que peu de difficultés aux spécialistes entraînés, il n'en est pas toujours ainsi pour les personnes appelées incidemment à déterminer les dimensions et armatures de certaines pièces, ou à vérifier des ouvrages déjà calculés.

La remise en mémoire exige, dans ce cas, une étude approfondie et peut même conduire à des mécomptes, car ces calculs sont assez compliqués.

On éviterait des tâtonnements aux calculateurs accidentels et aux débutants, et l'on faciliterait la tâche des spécialistes, en leur permettant de procéder à une vérification rapide, si l'on disposait d'un moyen de calcul *précis et instantané*, donnant, par la *simple lecture de graduations nettement spécialisées*, les éléments constitutifs du béton armé.

La présente note a pour but de déterminer les caractéristiques du cercle à calcul Deguillaume, qui remplit toutes ces conditions.

Les dimensions et armatures d'une pièce fléchie, appuyée, semi-encastree, encastree complètement ou en porte-à-faux, sont en relation directe avec sa portée et les charges et surcharges qu'elle est appelée à équilibrer, c'est-à-dire que la plupart de ses éléments sont en fonction du moment de flexion M , positif ou négatif.

En conséquence, nous nous sommes attaché à déterminer *directement* chacune des quantités intervenant dans la constitution d'une pièce en béton armé, *en fonction du moment de flexion M* . Cette étude comprend, pour une poutre droite :

- a) Détermination des éléments de la poutre, hauteur, largeur et armatures tendues, en tenant compte des taux de travail du béton et de l'acier et du coefficient d'homogénéité m ;
- b) Détermination de la position de la fibre neutre, ce qui donne, dans le cas d'un hourdis nervuré, l'épaisseur de hourdis nécessaire ;
- c) Les éléments précédents étant connus, la détermination de l'armature comprimée, par l'introduction de ces quantités dans l'une des formules n° 16 ou n° 18 de la circulaire ministérielle du 20 octobre 1906.

Recherche des éléments des poutres

Détermination de la hauteur h et de la largeur b' , fig. 1. — En général ces dimensions, si elles ne sont pas imposées par des considérations de moindre encombrement, sont obtenues par tâtonnements

ou par l'application de coefficients qui ne tiennent compte des dosages, du pourcentage et des charges que d'une manière peu précise. On est donc conduit à établir une formule dont les résultats soient exclusivement fonction du moment de flexion M , des résistances R'_a et R_b , admises pour le travail, choisie et pour le coefficient d'homogénéité m .

Le calcul ci-après montre qu'on obtient les égalités suivantes :

$$(h - d') = \beta^3 \sqrt{M} \quad (1)$$

$$b' = \gamma^3 \sqrt{M} \quad (2)$$

où β et γ sont des coefficients indépendants de M .

Ces égalités, mises sous la forme :

$$\log (h - d') = \log \beta + \frac{1}{3} \log M$$

$$\log b' = \log \gamma + \frac{1}{3} \log M$$

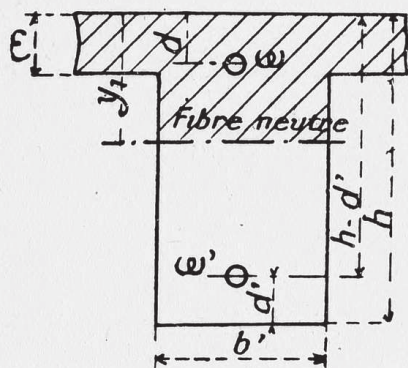


Fig. 1

sont facilement traduites par le cercle à calcul.

L'observation de nombreuses poutres satisfaisant aux exigences de l'effort tranchant permet, en effet, d'adopter, pour la largeur b' , une valeur correspondant à

$$b' = 0,35 (h - d')$$

Or si, dans l'équation n° 18 de la circulaire du 20 octobre 1906, on annule l'armature comprimée ω , il vient :

$$\frac{1}{2} b y_1^2 + m \omega' y_1 - m \omega' (h - d') = 0$$

et, si l'on introduit, dans la relation $M = FB$, les valeurs du bras de levier :

$$B = h - \left(d' + \frac{y_1}{3} \right)$$

et de la force $F = \omega' R'_a$, en calculant y_1 par

$$y_1 = (h - d') \frac{m R'_b}{R'_a + m R_b}$$

on obtient la formule connue :

$$(h - d') = \frac{R'_a + m R_b}{R_b} \sqrt{\frac{6 M}{m_a (3 R' + 2 m R_b)}}$$

Posant ensuite :

$$\alpha = \frac{R'_a + m P_b}{R_b} \sqrt{\frac{6}{m (3 R_a + 2 m R_b)}}$$

et, donnant à b' la valeur adoptée plus haut, on trouve :

$$(h - d') = \sqrt[3]{\frac{\alpha^2}{0,35}} \sqrt[3]{M}$$

et :

$$b' = 0,35 \sqrt[3]{\frac{\alpha^2}{0,35}} \sqrt[3]{M}$$

puis, posant

$$\beta = \sqrt[3]{\frac{\alpha^2}{0,35}}$$

et

$$\gamma = 0,35 \sqrt[3]{\frac{\alpha^2}{0,35}}$$

on obtient en définitive les valeurs (1) et (2), exprimées plus haut.

Les valeurs de β et de γ sont exclusivement fonction de m , de R'_a et de R_b .

Le cercle à calcul donne sur sa face antérieure, fig. 2, les valeurs de $(h - d')$ et b' pour :

$m = 10$ ou 15 ;

$R'_a = 800, 1\ 000$ ou $1\ 200$ kgs } par centimètre carré.

$R_b = 45, 50$ ou 56 kgs }

et pour M compris entre 20 et 200 000 kilogrammètres.

Les hauteurs et épaisseurs des poutres que nous cherchons à obtenir seront déterminées de façon que chacun des éléments acier et béton travaille au maximum des taux admissibles. C'est ainsi que le béton assurera presque complètement la résistance à la compression, l'armature comprimée étant réduite au strict minimum.

Le calcul du moment de flexion implique la connaissance du poids propre de la poutre ; or, ce poids propre, par mètre linéaire de poutre, peut se mettre sous la forme

$$B = 2\ 500\ b'h,$$

ou, posant $b' = 0,35\ h$,

$$p = 825\ h.$$

On utilise généralement pour les poutres en béton armé un moment de flexion résultant du poids propre :

$$M_p = \frac{pl^2}{10}$$

correspondant au demi-encastrement,

ou

$$M_p = 82,5 l^2 h, \quad (3)$$

ou, posant

$$\delta = 82,5 l^2, \\ \log M_p = \log \delta + \log h$$

Nous avons calculé les valeurs de δ pour l compris entre 2 et 20 mètres ; le cercle à calcul donne la valeur du moment de flexion résultant du poids propre des poutres et poutrelles pour les portées de 2 à 20 mètres, et leur hauteur comprise entre 0 m 10 et 3 mètres.

Calcul de l'armature de traction. — Des relations

$$F = \frac{M}{(h - d') - \frac{y_1}{3}} \text{ et } \omega' = \frac{F}{R'_a}$$

on tire

$$\omega' = \frac{M}{R'_a} \times \frac{1}{(h - d') - \frac{y_1}{3}}$$

qui peut s'écrire, en remplaçant $(h - d') - \frac{y_1}{3}$ par sa valeur, très approchée, $\frac{8}{9} (h - d')$;

$$\omega' = \frac{M}{R'_a} \times \frac{1}{\frac{8}{9} (h - d')} \quad (4)$$

Le cercle à calcul donne, sur sa face postérieure, les valeurs respectives de ω' en centimètres carrés pour $R'_a = 800$ kgs.,

ou $R'_a = 1\ 000$ kgs.

ou $R'_a = 1\ 200$ kgs.

Recherche de la position de la fibre neutre. = La valeur *théorique* de y_1 , représentant la distance de la fibre neutre à la face comprimée, est donnée par la relation

$$y_1 b = (h - d') \times \frac{R'_a + m R_b}{m R_b}$$

Le cercle à calcul, traduisant cette égalité, nous permet d'obtenir y_1 pour les valeurs successives de

$m = 10$ et 15 ;

$R'_a = 800, 1\ 000$ et $1\ 200$ kgs ;

$R_b = 45, 50$ et 56 kgs.

A cette phase du calcul, nous connaissons :

La hauteur utile, $(h - d')$;

La hauteur, h ;

La distance de l'axe de l'armature tendue à la face tendue, d' ;

La largeur de la poutre, b' ;

L'armature de traction, ω' ;

La position de la fibre neutre, par la valeur de y_1 .
et, accessoirement, dans le cas d'un hourdis nervuré, l'épaisseur de hourdis nécessaire, en faisant :

$$\varepsilon = \gamma_1$$

Nous nous donnons la distance de la face comprimée à l'axe de l'armature comprimée d . Il ne nous manque, parmi les éléments d'une pièce à double armature, que l'armature comprimée ω .

Armature de compression. — Introduisons, dans l'une des formules n° 16 ou n° 18 de la circulaire, toutes les valeurs sus-désignées ; nous obtiendrons immédiatement la valeur de l'armature de compression et la pièce sera déterminée dans ses grandes lignes.

Si cette façon de procéder n'est pas d'une précision aussi rigoureuse que le calcul analytique, elle est néanmoins suffisamment approchée pour les besoins de la pratique, ainsi que nous allons le démontrer.

Prenons, par exemple, la poutre présentant les caractéristiques suivantes :

Portée, l = 4 m 81

Espacement des poutres, L = 2 m 24

b' = 35 cm

$$b \text{ (Cours de M. Mesnager, p. 83)} = \frac{l \cdot L}{l + 3 L} = 88 \text{ c/m.}$$

ω' = 35 cm² 93

ω = 19 cm² 24

h = 76 cm

d = 5 cm

d' = 6 cm

Épaisseur du hourdis ε = 10 cm

La formule n° 16, qui tient compte de l'intervention du hourdis, donne, en faisant $m = 15$:

$$17,5 y_1^2 + 1358 y_1 - 41819 = 0$$

d'où

$$y_1 = 23 \text{ cm } 63$$

Le bras de levier est, par suite, $B_1 = 76 - \left(6 + \frac{23,63}{3}\right) = 62 \text{ cm } 13$

$$\text{Si l'on avait pris } B_2 = \frac{8}{9} (h - d'),$$

on aurait obtenu :

$$B_2 = 70 \times \frac{8}{9} = 62 \text{ c/m } 22.$$

Ces deux valeurs du bras de levier sont identiques, à très peu près.

Nous pouvons donc substituer à la valeur exacte du bras de levier,

$$B_1 = h - \left(d' + \frac{y_1}{3} \right)$$

sa valeur très approchée :

$$E_2 = \frac{8}{9} (h - d').$$

Par suite, l'évaluation de l'armature de traction en fonction du moment de flexion M , effectuée par le cercle à calcul, en appliquant la formule 4, donne des résultats suffisamment précis.

C'est ainsi que l'on obtiendrait, pour l'armature tendue, la valeur de M étant 26,025 kilogrammètres :

Avec le bras de levier théorique : $\omega' = 34 \text{ cm}^2 89$;

Avec le bras de levier approché : $\omega' = 34 \text{ cm}^2 84$.

Mais, comme l'on doit utiliser, pour la mise à exécution, une section totale correspondant exactement à un certain nombre de barres rondes ou rectangulaires (suivant le système), il est inutile de chercher à obtenir la section théorique des armatures à un millimètre carré près, puisque cette précision est rendue absolument illusoire par les variations résultant, soit des diamètres dont on dispose, soit, si l'assortissement est complet, des exigences du travail à l'adhérence, ces variations atteignant plusieurs centimètres carrés.

Proposons-nous donc de déterminer, à l'aide du cercle à calcul, les éléments d'une poutre normale devant répondre aux données suivantes :

Portée l = 10 mètres

Moment dû aux surcharges = 39 000 kgm

m = 15

Compression maximum du béton, Rb . = 56 kgs

Fatigue de l'acier : $R'a$ = 12 kgs

Nous obtenons $H_1 = 102$, forçons un peu cette valeur, pour tenir compte du moment dû au poids propre, qui est :

$$M_p = 9\,000 \text{ kilogrammètres.}$$

Moment total au milieu : $M_{\max} = 48\,008 \text{ kgm.}$

Le cercle donne successivement :

$$(h - d') = 110 \text{ cm ;}$$

$$\omega' = 41 \text{ cm}^2 ;$$

$$b' = 39 \text{ cm ;}$$

$$y_1 = 45 \text{ cm ;}$$

mais, en adoptant $d' = 8 \text{ cm}$, $d = 5 \text{ cm}$, et $h = 110 + 8 = 118$, nous obtenons, par l'équation n° 18 de la circulaire :

$$\frac{39}{2} \times 45^2 + 15 \omega (45-5) - 15,41 (110 - 45) = 0,$$

d'où :

$$\omega = 0 \text{ cm}^2 812.$$

Cette poutre a pour moment d'inertie :

$$I = 380,25$$

ce qui donne, pour la compression maximum du béton :

$$R_b = 56 \text{ kg. } 80$$

et, pour l'extension des armatures,

$$R'_a = 11 \text{ k's } 520$$

nombres très proches des taux de fatigue imposés :

$$R_b = 56 \text{ kgs ; } R'_a = 12 \text{ kilogrammes.}$$

Nous remarquons que l'armature de compression est insignifiante car elle est 55 fois plus faible que l'armature de traction.

Si l'on veut faire contribuer le métal à la compression pour une plus large part, il n'y a qu'à prendre pour valeur totale de h la valeur $h - d'$ trouvée plus haut. La section du béton sera diminuée, et il viendra : $h = 110 \text{ cm ; } h - d' = 102 \text{ cm ;}$ puis :

$$\omega' = 43 \text{ cm}^2 ; y_1 = 42 \text{ cm. ; } b' = 39 \text{ cm. ;}$$

on obtiendra :

$$\frac{39}{2} \times 45^2 + 15 \omega (42 - 5) - 15 \times 43 (102 - 42) = 0$$

$$\text{d'où : } \omega = 7 \text{ cm}^2 \text{ } 7.$$

Par suite :

$$I = 344,32 ; R_b = 57 \text{ k's } 300 ; R'_a = 12 \text{ k's } 285,$$

taux de travail très approchés de ceux imposés et admissibles dans la pratique, étant donné surtout que l'on choisira toujours, pour les armatures, une série de barres procurant une section théorique déterminée par le calcul ; c'est ainsi que l'on prendra pour l'armature de traction six barres de 31 millimètres ayant une section totale de $45 \text{ cm}^2 \text{ } 29$ et, pour l'armature de compression, trois barres de 19 millimètres ayant une section totale de $8 \text{ cm}^2 \text{ } 51$, supérieures respectivement aux sections 43 cm^2 et $7 \text{ cm}^2 \text{ } 7$ données par les calculs.

Dans le cas le plus général, le soin de déterminer les hauteurs des poutres n'incombe pas au projeteur, qui est obligé de s'accommoder des dimensions imposées par l'architecte, ou bien, s'il s'agit d'ouvrages d'art, de ne prendre que des hauteurs réduites afin de conserver le plus grand rectangle disponible, soit pour la circulation, soit pour l'écoulement des eaux.

Il ne lui reste donc qu'à utiliser au mieux les dimensions qui lui sont imposées, et l'étude ne comporte plus que la détermination des armatures de traction et de compression, armatures qui s'obtiennent par deux lectures sur le cercle à calcul (ω' et y_1) et par la résolution d'une règle de trois (ω par l'une des formules n° 16 ou n° 18). C'est un ensemble

d'opérations très simples et très rapides, eu égard à celles que l'on est obligé d'effectuer pour déterminer les armatures et leur taux de fatigue, tous les tâtonnements étant d'ailleurs supprimés.

On peut obtenir ainsi les armatures correspondant aux différents moments de flexion, suivant que l'on considère plusieurs points des poutres : milieu, voisinage des appuis pour les pièces partiellement ou totalement encastrées, etc.

Calcul des hourdis, parois de réservoirs, silos, murs de soutènement, etc. — Les pièces minces, pour le calcul desquelles on peut utiliser la largeur $b' = 100$ centimètres, présentent beaucoup moins de difficultés que les autres pièces fléchies, les opérations se réduisant alors à deux :

1° Détermination de la hauteur utile, d'où l'on déduit l'épaisseur par adjonction de la quantité de béton nécessaire pour recouvrir les armatures ;

2° Calcul de l'armature de traction ;

Etant entendu, pour ces deux opérations, que l'on peut calculer les armatures à disposer suivant les deux sens, si la résistance des pièces minces l'exige (dalles reposant par quatre côtés, ou parois appuyées pour lesquelles la plus grande dimension n'est pas supérieure à deux fois la plus petite, etc.).

Pour établir les graduations du cercle à calcul en ce qui concerne ces pièces, on a déterminé des coefficients analogues à ceux des tables publiées par le professeur Morsch, de l'Ecole polytechnique de Zurich, coefficients se mettant sous la forme :

$$\log (h - d') = \log \alpha + \frac{1}{2} \log M$$

$$\log \omega' = \log \beta + \frac{1}{2} \log M$$

L'opération de lecture ne comprend qu'une seule rotation du disque et deux du curseur : il suffit, en effet, de mettre le trait repère des coefficients α et β repère commun à ces deux séries de quantités, en regard de la graduation correspondant au moment de flexion M donné, puis de disposer successivement le curseur sur les graduations correspondant aux α et β suivant les valeurs de R'_a et R_b choisies, et de lire sous l'index du curseur les valeurs en centimètres et en centimètres carrés de $(h - d')$ et ω' .

Nous avons déterminé les coefficients α et β relativement à toutes les valeurs de :

$$m = 10 \text{ ou } 15$$

$$R'_a = 8, 10 \text{ ou } 12 \text{ kgs}$$

$$R_b = 45, 50 \text{ ou } 56 \text{ kgs}$$

les valeurs $R_b = 56$ kgs et $R'_a = 8$ kgs se rapportant aux ouvrages étanches, pour lesquels il y a lieu de prévoir une plus grande résistance,

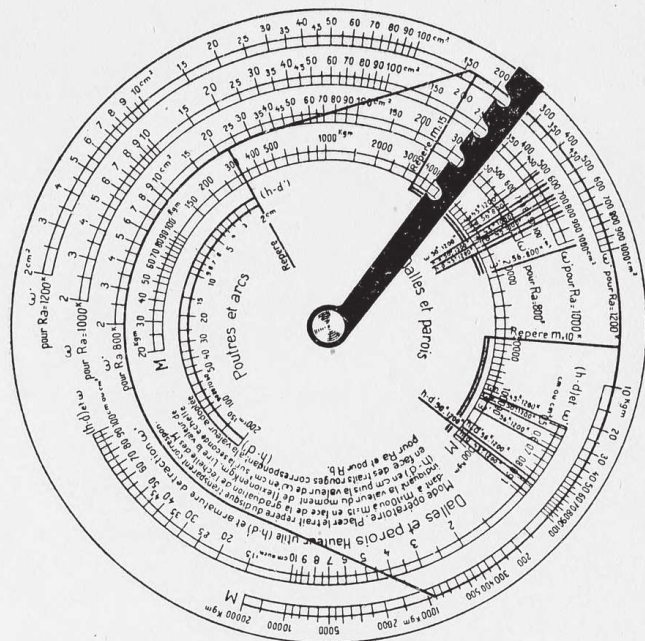
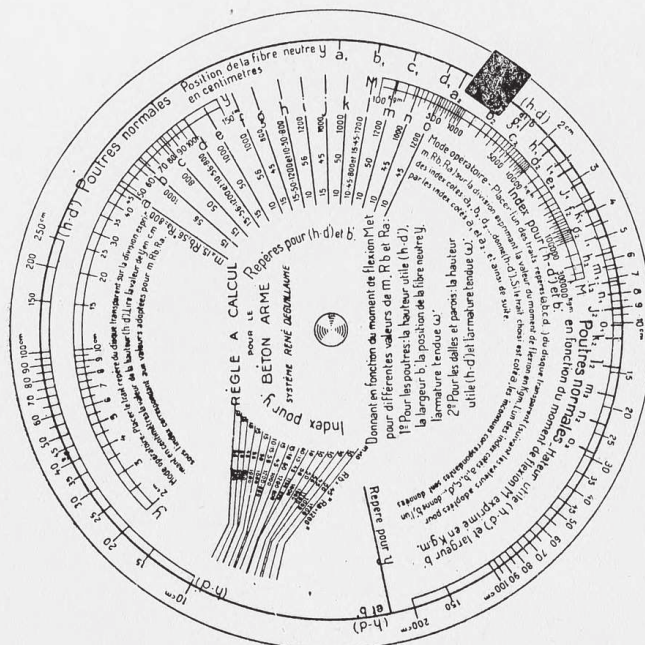


Fig. 2



afin d'éviter les fissures par capillarité que détermine une flexion à grande amplitude.

Ce cercle se prête également au calcul des armatures de la plupart des pièces courbes, voûtes, arcs, etc., pour lesquelles on détermine ordinairement deux armatures de flexion symétriques, connaissant la hauteur utile, une seule lecture suffisant à donner la valeur, ω' qui est alors utilisée deux fois.

On obtient aussi les armatures des canalisations en béton armé (cerces et génératrices) en fonction de la charge p et du diamètre D , ainsi que les armatures des réservoirs circulaires. Ces résultats sont donnés par des échelles spéciales, l'épaisseur ϵ des parois étant obtenue par l'une des formules :

$$\epsilon = 0,03 + 0,03 (D - 0,30)$$

$$\epsilon = \frac{D}{20}$$

ou :

$$\epsilon = \frac{11 P D}{300}$$

(pour P exprimé en kgs par centimètre carré et D en mètres).

Description du cercle à calcul Deguillaume. — Le cercle à calculer est composé d'un disque opaque et de deux transparents mobiles rigoureusement concentriques au cercle opaque.

Le disque opaque reçoit les échelles des données et des inconnues ; les traits repères, les graduations et les index des coefficients sont tracés sur des transparents mobiles.

Ce cercle à calcul, fig. 2, permet notamment les calculs ci-après, en fonction du moment de flexion M , et suivant les différentes valeurs de m , R_b et R'_a :

1° Poutres : détermination de la hauteur utile $h - d'$, de la largeur b' , de l'armature de traction ω' et de la position de la fibre neutre y_1 ;

2° Pièces minces, hourdis et parois : détermination de la hauteur utile $h - d'$ et de l'armature de traction m' .

Mode d'opérer au moyen du cercle à calculer. — Le maniement de ce cercle est identique à celui des cercles à calcul courants : il comprend :

1 disque opaque, sur chacune [des] faces duquel peuvent tourner deux disques transparents. Il se divise en trois parties :

Première partie : *données*.

Deuxième partie : *coefficients*.

Troisième partie : *inconnues*.

Chacune des échelles de coefficients est reliée à un trait repère, désigné

par la mention : par exemple, pour la recherche d' y_1 : « origine pour y_1 » ; soit, par exemple, à déterminer la valeur de y_1 correspondant à une hauteur utile $h - d'$; on se donne les taux de fatigue R'_a et R_b et la valeur de m .

Amener le trait-repère dit « origine pour y_1 » en face du trait représentant la valeur de la hauteur utile sur l'échelle des $h - d'$.

Amener ensuite le trait-repère du curseur sur la division de l'échelle des coefficients correspondant à la fois à la valeur de m , de R'_a et de R_b .

On lit alors sous le repère du curseur la graduation correspondante de l'échelle des y_1 , qui donne la valeur de l'inconnue y_1 .

On opère de la même façon pour la recherche de toutes les inconnues que le cercle est susceptible de déterminer, et qui sont : $(h - d')$; b' ; M_b (moment de flexion résultant du poids propre), ω' et y_1 ; après avoir au préalable fait apparaître dans la fenêtre la facette portant les échelles correspondant à ces différentes inconnues. Les opérations s'effectuent dans l'ordre suivant :

Supposons le calcul d'un plancher supportant une dalle sur poutres et poutrelles, pour lequel la hauteur des poutres n'est pas limitée.

Du moment de flexion de la dalle, on déduit immédiatement, à l'aide du cercle, la hauteur utile, son épaisseur et ses armatures. Connaissant alors le poids de la dalle et de sa charge, on en déduit le moment fléchissant de la poutrelle.

À l'aide du cercle, on détermine la hauteur utile, que l'on force de quelques centimètres pour obtenir le montant dû au poids propre : on obtient ainsi le moment de flexion maximum ($M_{\max}$).

Le cercle donne ensuite la hauteur utile définitive, la largeur b' , l'armature tendue ω' , la valeur de y_1 . On en déduit la valeur de l'armature comprimée ω .

La connaissance des éléments des poutrelles permet d'évaluer à son tour le moment de flexion de la poutre, et l'on opère pour celle-ci comme nous venons de l'indiquer pour les poutrelles. Tous les éléments du plancher sont donc déterminés.

Ph. ROUSSEAU

Raccordements paraboliques

La question des raccordements paraboliques a été traitée maintes fois, dans les Annales des ponts et chaussées et dans la Revue générale des chemins de fer ; nous allons y revenir pour en donner une nouvelle solution pratique.

On sait que, dans la pose des voies en courbe, le rail extérieur est surélevé, pour compenser la force centrifuge, d'une quantité égale à $\frac{a}{R}$.

Au point de raccordement de la courbe et de l'alignement droit, une telle différence ne peut subsister ; il faut alors, à partir de ce point ou