

on a, en faisant $\alpha = 45^\circ - \theta$,

$$\frac{I - I_1}{I + I_1} = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha};$$

d'où l'on tire

$$I_1 = \cos 2\alpha.$$

En opérant ainsi, chaque soir que j'ai pu observer la comète avec le grand réflecteur, j'ai trouvé des nombres croissant jusqu'à l'époque du passage au périhélie, et diminuant ensuite avec l'éclat de cet astre. Dans le voisinage de cette époque, la plus grande proportion de lumière polarisée était comprise entre 0,2419 et 0,3584, nombres correspondants aux angles (θ) allant de 7 à 10 $\frac{1}{2}$ degrés. Ce dernier chiffre était la moyenne d'une série de mesures obtenues le jour même du passage de la comète au périhélie. »

MATHÉMATIQUES. — *Mémoire sur la règle à calcul*; par M. BURDON.

(Extrait par l'auteur.)

(Commissaires, MM. Mathieu, Morin, Combes.)

« J'ai l'honneur de présenter à l'Académie une règle à calcul que je crois nouvelle, parce qu'elle fournit, outre les résultats de la règle à calcul ordinaire, qui sont des produits ou des quotients, les réponses aux questions concernant les intérêts composés, les progressions, les élévations aux puissances entières ou fractionnaires, les extractions de racines, etc., et enfin la solution des équations à deux inconnues de la forme

$$\begin{aligned} a &= xy^m, \\ b &= xy^n. \end{aligned}$$

La résolution de ces dernières m'a conduit à découvrir dans la règle à calcul ordinaire une propriété qui est peut-être connue, mais dont je n'ai pas eu connaissance jusqu'ici : celle de résoudre un système de deux équations à deux inconnues de la forme

$$\begin{aligned} a \pm by &= x, \\ c \pm dy &= x. \end{aligned}$$

Malheureusement la règle à calcul ordinaire, avec ses deux échelles dont les chiffres ne s'étendent pas au delà de 100, ne résout qu'un petit nombre de ces équations. En supposant les échelles étendues jusqu'à 100 000, le nombre de cas résolubles serait de beaucoup augmenté, sans toutefois

qu'il en résultât pour la règle la faculté de résoudre tous les cas possibles.

» Les échelles dont la règle nouvelle se compose sont : à la partie supérieure, l'ensemble des deux échelles logarithmiques de la règle ordinaire (échelles n° 1 et n° 2), et au-dessous une échelle logarithmo-logarithmique (échelle n° 3) qui sert pour la solution des questions d'intérêts composés, mais qui peut s'appliquer également à la recherche des puissances ou des racines. Enfin, à la partie inférieure, on voit sur la coulisse différentes lignes de chiffres qui servent d'exposants, et sur la règle deux échelles logarithmo-logarithmiques, dont l'une est superposée à l'autre, et dont les chiffres se suivent sans interruption depuis 1,70, qui commence la première, jusqu'à 1 000 000 000, qui termine la deuxième.

» L'échelle des intérêts composés et celle des puissances sont fondées sur l'emploi des logarithmes de logarithmes. Supposons que l'on prenne les logarithmes des deux membres de l'équation $y = x^m$; on aura

$$\log y = \log x \cdot m,$$

qui contient au second membre un produit; mais en prenant une seconde fois les logarithmes des deux membres, on obtiendra

$$\log\text{-}\log y = \log\text{-}\log x + \log m,$$

dont le second membre renferme une somme. On pourra donc, en donnant différentes valeurs à x , trouver les valeurs correspondantes de y en ajoutant aux longueurs logarithmo-logarithmiques fournies par des tables spéciales les longueurs logarithmiques ordinaires. Les tables de logarithmes de logarithmes qu'il m'a fallu dresser pour cet usage s'étendent depuis 1,084 66, qui est le logarithmo-logarithme de 1,03 jusqu'à 29,542 42, qui est celui de 1,000 000 000. D'après ce que je viens de dire, pour trouver la puissance d'un nombre à l'aide de la coulisse, il suffira d'ajouter à la longueur qui représente ce nombre celle qui représente l'exposant de sa puissance. Pour trouver sa racine, on retranchera, au contraire, de ce nombre l'indice de la racine. Comme l'échelle des intérêts composés ne s'étend pas au delà de 1500, j'ai cru devoir ajouter un système d'échelles spéciales pour les puissances et les racines. Les divisions de ces dernières sont trois fois plus grandes que les précédentes, ce qui permet d'obtenir certaines racines avec cinq chiffres.

» Comme dans les questions d'intérêts composés on opère généralement sur des multiples de 1000 francs, l'échelle n° 3 peut être regardée comme s'étendant depuis 1030 jusqu'à 1 500 000. On sait que dans ces sortes de

questions 1,03 représente la valeur de 1 franc au bout d'un an au taux de 3 pour 100 par an : c'est le nombre q dans la formule $x = pq^t$. De même q représente 1,04, 1,05, 1,06, etc., dans cette formule lorsqu'on cherche la valeur d'un capital au bout de t années à 4, 5 ou 6 pour 100. Pour ne pas étendre outre mesure cet extrait, je ne donnerai que deux ou trois exemples des opérations qui peuvent s'effectuer sur les intérêts composés.

» Veut-on, par exemple, la valeur de 1000 francs au bout de 6 ans à 4 pour 100 par an ? On poussera la coulisse vers la gauche jusqu'à ce que le nombre 1,04 se trouve au-dessous et dans le prolongement exact de l'origine ou base de l'échelle n° 1 ; on cherchera le chiffre 6 sur cette échelle, et le nombre exprimé en mille, qu'on lira immédiatement au-dessous et sur l'échelle n° 3, sera le nombre cherché : on trouvera dans ce cas 12655 ou 1265^{fr}, 50.

» Si on voulait savoir ce que produira la somme de 3000 francs à 5 pour 100 au bout de huit ans, on placerait le chiffre 1,05 de la coulisse sous la base et on chercherait 3 ou 3000 sur la coulisse ; on trouverait immédiatement au-dessus, à l'échelle n° 1, qui est celle des années, le nombre 22,55 auquel on ajouterait le nombre d'années 8, ce qui donnerait 30,55 ; le nombre 4430 de l'échelle n° 3, qui se trouvera au-dessous de 30,55, serait le nombre cherché.

» Voici maintenant une question qui forme en quelque sorte le point de départ de la résolution des équations à deux inconnues à l'aide de la coulisse. Sachant que 2000 francs placés à intérêts composés ont produit 2900 francs au bout de sept ans, on demande le taux du placement. Pour résoudre cette question on cherche par le tâtonnement à placer sept divisions principales de l'échelle n° 1 au-dessus de l'espace compris sur la coulisse entre 2 et 2900, c'est-à-dire qu'on cherche à intercaler sept divisions d'une échelle fixe entre deux divisions d'une échelle mobile ; cette opération, avec un peu de patience et d'adresse, est toujours facile. On trouve que ces divisions sont celles comprises entre 13 et 20 de l'échelle n° 1. En cherchant vers la gauche le nombre de l'échelle n° 3 qui se trouve au-dessous de la base de l'échelle n° 1, on trouvera pour taux d'intérêt le nombre 1,035 c'est-à-dire que la somme a été placée à $5 \frac{1}{2}$ pour 100.

» Une somme inconnue placée à intérêts composés est devenue 3200 francs au bout de deux ans ; cinq ans après elle devient 3900 francs ; on demande quelle est cette somme et à quel taux elle a été placée. En employant le même tâtonnement que dans la question précédente, on intercalera cinq

divisions de l'échelle n° 1 entre 3200 et 3900 pris sur la coulisse; puis, comptant en arrière deux divisions à partir de 3200 et cherchant le nombre de la coulisse qui correspond à la dernière division, on trouvera 2950 francs qui sera la somme cherchée. Le taux d'intérêt se trouvera comme dans la question précédente.

» Si on avait voulu traduire ce problème en équation, on eût posé

$$\begin{aligned} 3200 &= xy^2, \\ 3900 &= xy^3, \end{aligned}$$

qui, exprimées en lettres, peuvent s'écrire

$$\begin{aligned} a &= xy^m, \\ b &= xy^n. \end{aligned}$$

La règle peut donc résoudre des équations à deux inconnues en dehors des intérêts composés.

» En prenant les logarithmes des deux membres des équations littérales ci-dessus, il vient

$$\begin{aligned} \log a &= \log x + m \log y, \\ \log b &= \log x + n \log y. \end{aligned}$$

» Ce sont ces dernières que la règle résout à l'aide de l'échelle logarithmo-logarithmique de la coulisse.

» On pourrait donc se demander si elle ne pourrait pas résoudre un système où il n'entrerait pas de logarithmes, tel que

$$\begin{aligned} a &= x + my, \\ b &= x + ny. \end{aligned}$$

» C'est en effet ce qui a lieu, à l'aide des deux échelles simplement logarithmiques qui appartiennent à la règle ordinaire. Il est bon de noter qu'outre les deux valeurs de x et de y , la règle donne sur l'échelle n° 1 le rapport $\frac{x}{y}$ représenté par la distance comprise entre l'origine et la division qui détermine la valeur de x . »

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Études sur la respiration des fruits*; par M. CHATIN.

(Commissaires, MM. Brongniart, Fremy, Duchartre).

« Un travail d'ensemble sur la proportion des matières sucrées contenues