NOTA BIBLIOGRÁFICA

Primera edición : 1928

Segunda edición : 1932

MANUALES TÉCNICOS LABOR

NAVEGACIÓN AÉREA

POR

JOSÉ M.ª AYMAT

Teniente Coronel de E. M., Piloto y Observador de Aeroplano
Jefe de Escuadra
Ex Director de la Escuela de Observadores de Aviación militar

Con un Prólogo del Teniente Coronel
D. EMILIO HERRERA

182 figuras, 3 láminas
y numerosos gráficos

SEGUNDA EDICIÓN AUMENTADA

EDITORIAL LABOR, S. A.

BARCELONA - MADRID - BUENOS AIRES

1932

En el aire. Sobre el gráfico de multiplicar alineamos el horario 2 h. 54 min. 50 s. en la línea izquierda del gráfico de la figura 157 con el valor $C = 0{,}944$ y obtenemos un producto 0,682 que apuntamos

$$\begin{aligned} C \cos H &= 0{,}682 \\ + S &= -0{,}050 \text{ (calculado en tierra)} \\ \hline \operatorname{sen} a &= 0{,}632 \text{ (suma)} \end{aligned}$$

y buscando en la escala de alturas (fig. 161),

$$a = 39°\ 12',$$

prácticamente la misma antes hallada.

En el gráfico de azimutes (fig. 162), uniendo $39°\,{}^1/_4$ con 2 h. 55 min. señalamos el cruce de la alineación con el soporte superior, y uniéndolo con la graduación $10°\,{}^2/_3$ se halla el azimut 59° que resultó del cálculo numérico.

E. Solución mecánica

1. **Regla de cálculo helicoidal de Bygrabe.** *a) Descripción.* Descompongamos el triángulo de situación (figura 163) en dos rectángulos por la perpendicular AB del astro al meridiano y llamemos $(90°—y)$ y $(90°—Y)$ a los catetos PB y ZB que se forman sobre el meridiano.

Si se toman como positivos los segmentos en el sentido PZ, del Polo al Zenit, y en sentido negativo los que vayan del Zenit al Polo, con toda generalidad, como indican las figuras 163 a 165, se tendrá que

$$PZ = PB - ZB,$$

y poniendo sus valores,

$$90° - l = 90° - y - (90° - Y) = Y - y,$$

de donde se deduce

$$Y = (90° - l) + y.$$

Para ver cuándo y cómo damos a PZ valor negativo bastará ver que si $PB < 0$, $90° - y < 0$, y por consiguiente $y > 90°$.

Pero esto ocurrirá sólo cuando ZA está inclinada hacia P, o sea cuando el horario H sea mayor de 90°, deduciendo la regla de que y será $\gtrless 90°$ según que lo sea el horario.

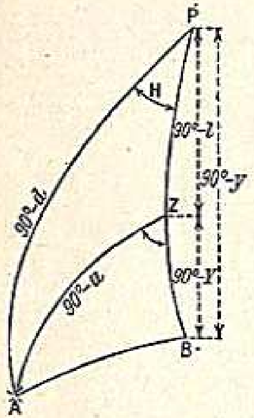

FIG. 163

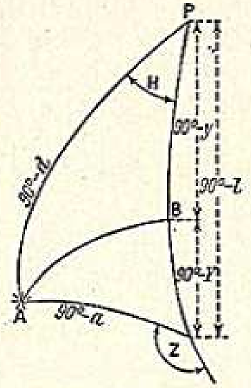

FIG. 164

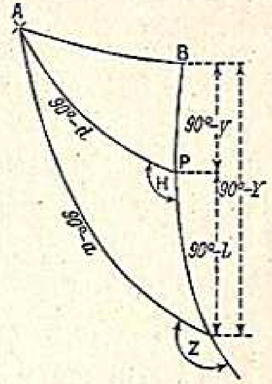

FIG. 165

ZB será negativo o positivo según que B esté hacia P, o al contrario, es decir, según que el azimut Z sea mayor o menor de 90°, correspondiendo entonces $ZB \lesseqgtr 0$, $90° - Y \lesseqgtr 0$ ó $Y \gtrless 90°$, deduciéndose la regla que el azimut será mayor o menor de 90° según que lo sea Y.

Cuando la declinación del astro es de signo contrario a la latitud, la distancia polar $PA = 90° - d$ será mayor de 90° y mayor de 90° será su proyección $PB = 90° - y > 90°$, resultando por lo tanto $y < 0$, es decir, un valor negativo para y, lo que debe tenerse en cuenta al hallar Y, pues entonces

$$Y = (90° - l) - y.$$

Es decir, que para hallar Y deberemos sumar y a la colatitud, si latitud y declinación tienen igual nombre, y restar y de la colatitud si son de hemisferio distinto.

Si al triángulo rectángulo BAP le aplicamos la propiedad de que la tangente de un cateto PB es igual a la de la hipotenusa PA por el coseno del ángulo adyacente P, tendremos

$$\text{cotg } y = \text{cotg } d \cos H,$$

y como coseno de 0 es la unidad, podremos escribir la proporción

$$\frac{\cos 0}{\text{cotg } d} = \frac{\cos H}{\text{cotg } y}. \tag{I}$$

Si a los dos triángulos aplicamos que la tangente del cateto común AB es igual al seno del otro cateto por la tangente del ángulo opuesto al primero, tendremos

$$\text{tang } AB = \cos y \text{ tang } H = \cos Y \text{ tang } Z,$$

y como la tangente es inversa de la cotangente, podremos escribir

$$\frac{\cos y}{\text{cotg } H} = \frac{\cos Y}{\text{cotg } Z}. \tag{II}$$

Finalmente, si aplicamos al triángulo rectángulo BAZ la primera propiedad enunciada, tendremos

$$\text{cotg } Y = \text{cotg } a \cos Z,$$

y podremos escribir como entonces

$$\frac{\cos Z}{\text{cotg } Y} = \frac{\cos 0}{\text{cotg } a}. \tag{III}$$

Estas tres proporciones, I, II, III, tienen idéntica forma, siendo el cuarto término de ellas la incógnita cuyo valor se deduce de los datos de las otras tres, ya que los valores y, Y y Z de las dos últimas son conocidos

una vez resueltas sucesivamente las I y II, deduciéndose en ellas el azimut y la altura.

Si aplicamos el cálculo logarítmico a cualquiera de ellas (la II por ejemplo), tendremos

$$\log \cos y - \log \text{cotg } H = \log \cos Y - \log \text{cotg } Z,$$

o bien

$$\log \text{cotg } Z = \log \text{cotg } H + (\log \cos Y - \log \cos y),$$

es decir, que para hallar log cotg Z tenemos que agregar al de H la diferencia de logs cosenos de Y e y.

Esta operación la resuelve de modo brillante la regla de cálculo Bygrabe (1) (fig. 166).

Consiste esencialmente en dos cilindros: uno interior, en el que se arrolla en espiral una escala que en cada vuelta representa un décimo de unidad, en la que de arriba abajo se han señalado los logaritmos cotg de arcos desde 89° 40′ hasta 0° 20′ con su doble graduación de 90° 20′ a 179° 40′.

Concéntricamente a éste hay otro cilindro exterior más corto, en el que de igual modo se han tomado los logaritmos cosenos de arcos desde 89° 40′ hasta 0°, con su doble graduación de 90° 20′ a 180°.

Claro que al crecer de arriba abajo y de derecha a izquierda el valor del logaritmo, el valor de los arcos sube de abajo arriba y de izquierda a derecha de 0° a 90° facilitando la lectura, que luego baja en una segunda graduación complementaria de 90° a 180°.

Un anillo exterior lleva dos índices separados una magnitud invariable que sirve para transmitir al cilindro interior de cotangentes los desplazamientos que se den al índice corto sobre el cilindro de cosenos.

(1) En el argot familiar del Servicio de Aviación Militar española se le conoce con el nombre de *Pelauro*, por la semejanza con un proyecto fantástico de aparato volador que recibía ese nombre.

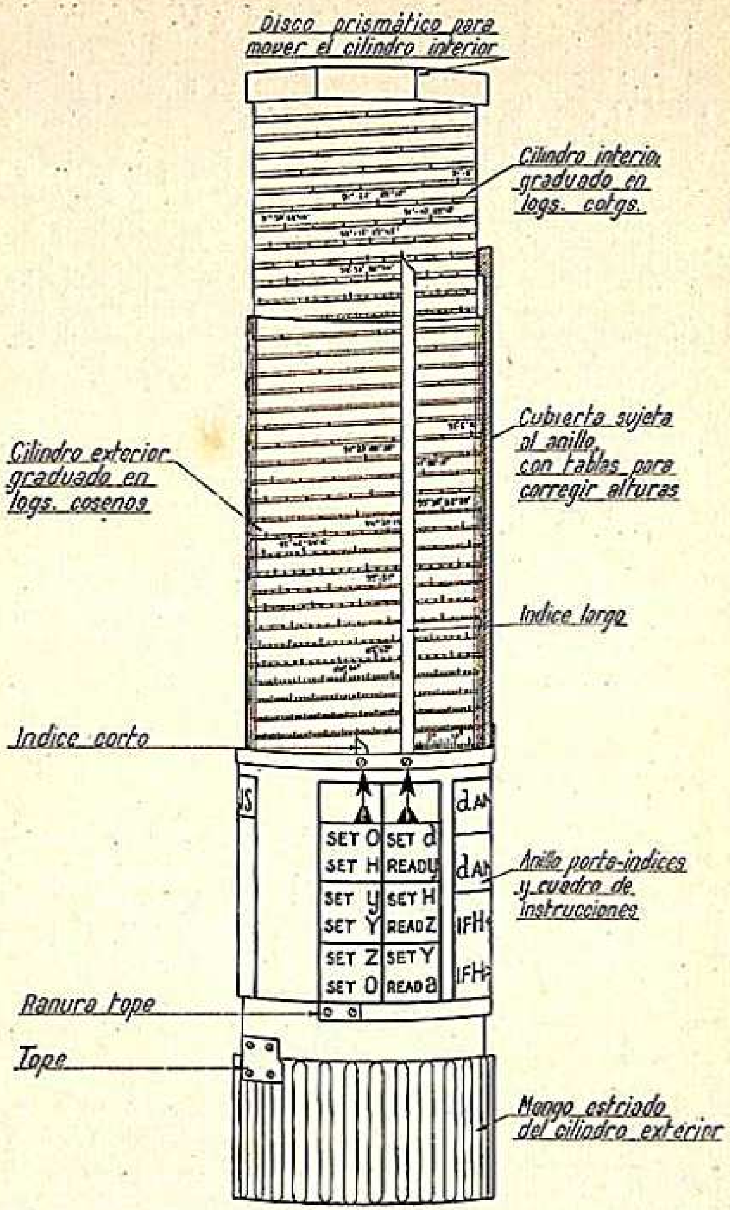

FIG. 166

Si en un momento, siguiendo nuestro ejemplo, se hace marcar a los dos índices los valores y y H en las graduaciones de cosenos y cotangentes respectivamente y sin tocar la posición relativa de ambos cilindros llevamos el corto sobre el valor Y, habremos efectuado un corrimiento en las escalas equivalente a la diferencia log cos Y — log cos y, y ese mismo valor se habrá añadido por el índice superior al log cotg H que marcó antes, resultando que su suma

$$\log \operatorname{cotg} H + (\log \cos Y - \log \cos y)$$

nos marcará el valor Z a cuyo log cotg ya hemos visto que es igual.

De igual modo se opera en los otros dos casos I y III, con la diferencia de que al marcar cos 0 se lleva el anillo a tope, posición en la que marca 0 la graduación de cosenos.

Ahora se comprenderá la razón de las instrucciones que acompañan al instrumento y que con alguna libertad y añadidura traducimos del inglés a continuación.

b) *Reglas para el uso. Caso corriente.* De la hora media de las observaciones en el cronómetro, dedúzcase el horario H del astro, redúzcase su tiempo en grados por la escala adecuada, haciéndolo oriental e igual a 360° — H si resultara mayor de 180°.

Póngase el anillo a tope, o sea con el índice corto sobre la graduación 0 del cilindro exterior; hágase girar el cilindro interior hasta poner frente al índice largo la declinación del astro; sujetando el anillo con la mano izquierda y, agarrando con la derecha por su mango estriado, hágase girar el cilindro exterior hasta que el índice corto señale el horario H. En esta posición el índice largo señalará en el cilindro interior el ángulo y, que se leerá y apuntará, tomándolo mayor o menor de 90° según que lo sea el horario H.

Si la declinación y la latitud son de igual hemisferio añádase a y el complemento de la latitud y tendremos el valor $Y = (90° - l) + y$; si fueran de hemisferios opuestos, $Y = (90° - l) - y$.

ÍNDICE CORTO ↑ sobre cilindro exterior	↑ ÍNDICE LARGO sobre cilindro interior
1.° llévese a 0	2.° señálese d
3.° llévese a H	4.° léase y y anótese

H es el horario contado de 0° a 180° desde el polo depreso, occidental si $<180°$ oriental o negativo $360° - H$ si $> 180°$.

d es la declinación del astro

y es un ángulo auxiliar. Tómese $y \lesseqgtr 90°$ según que $H \lesseqgtr 90°$.

ÍNDICE CORTO ↑ sobre cilindro exterior	↑ ÍNDICE LARGO sobre cilindro interior
1.° llévese a y	2.° señálese H
3.° llévese a Y	4.° léase Z
1.° llévese a Z	2.° señálese Y
3.° llévese a tope	4.° léase a

Y es otro ángulo auxiliar que depende de *y* y de la latitud estimada *l*. Si *d* y *l* son del mismo signo: $Y = (90° - l) + y$; si de signo opuesto: $Y = (90° - l) - y$.

Z es el azimut contado a partir del polo depreso de 0° a 180° al E. u W., según que *H* sea oriental u occidental; $Z \lesseqgtr 90°$ según que $Y \lesseqgtr 90°$.

a es la altura estimada, siempre $< 90°$

Del mismo modo, de los ángulos y, H e Y se deducirá el azimut Z y de Z e Y la altura a, como se detalla en los cuadros pegados al anillo, al pie del índice mismo que hay que emplear.

c) Casos especiales. Si al hallar el azimut Z, éste resulta comprendido entre 85° y 95°, la consiguiente

determinación de la altura es muy errónea. Para hallarla con más precisión, cámbiense entre sí declinación y latitud y repítanse de nuevo todas las operaciones, y aunque el ángulo Z obtenido en la segunda operación no es ya el azimut, el que se obtiene al final de la tercera sí es la altura.

Lo mismo se hará cuando la declinación sea inferior a 30'.

En el caso en que con latitudes inferiores a 20' se observen astros de declinación inferior a ese arco no se puede operar con la regla, pero entonces el azimut, a poco que se separe el astro del Zenit, es sensiblemente igual a 90° y la altura igual al complemento del horario, a $90° - H$.

Si el ángulo horario discrepara de 90° en menos de 20' de arco, como se sale de los límites de la graduación, se correrá la situación del punto estimado en 30' de arco de longitud, con lo que el horario alcanzará ya un valor conveniente.

Aun difiriendo el horario H de 90° más de 20', combinado su valor con el de la declinación d puede dar un valor de y al que no alcance la graduación de la regla; pero como entonces hay proporcionalidad entre los complementos de H y de y, puede tomarse un horario cuyo complemento sea dos, cuatro o diez veces mayor, y para valor de y otro que se diferencie de 90°, dos, cuatro o diez veces que el obtenido en la regla.

En estos casos en que no se puede tomar el valor de y para hallar el azimut Z, como el valor de su cotangente es inversamente proporcional al complemento de y, se toma para valor de éste el que difiere de 90° el doble, cuádruplo o diez veces, y el valor de Z será el que se encuentre en la misma generatriz vertical tres, seis o diez líneas más abajo (1).

(1) Estas tres, seis o diez vueltas de la graduación equivalen a sumar o restar 0,30, 0,60 ó 1,00, que son, respectivamente y con ligerísimo error, los logaritmos de 2, 4 y 10.

Por igual razón, cuando al combinar valores de y y colatitud resultara que Y difiere menos de 20′ de 90°, para hallar el azimut se hace lo mismo; pero al ser cotg Z directamente proporcional al complemento de Y, el valor de Z, que será también próximo a 90°, debe tomarse, tres, seis o diez líneas por encima del que dé la regla.

Si fueran casi rectos a la par y e Y, por ser nuestra situación próxima al Polo, el azimut sería muy próximo a 90° y la altura del astro igual a su declinación.

En todo caso, al leer el valor de y y el de Y y al tomar éste, apréciense las décimas de minuto, si ello es posible, y así trasciende menos el error que puede cometerse en la altura.

d) *Usos eventuales.* Con una situación estimada y la altura y azimut observados se deduce el horario y declinación que identifican un astro; basta seguir la misma marcha pero haciéndolo de abajo arriba.

Si se sustituye la declinación y horario por la latitud y diferencia de longitud de otro punto, se determina Z, que es en el hemisferio Norte el suplemento del rumbo inicial de la ortodrómica y en el Sur el rumbo mismo, y el complemento de la altura $90° - a = D$ será el arco de círculo máximo o distancia ortodrómica entre los dos puntos. En tal caso, si al hallar Y éste resultara negativo, señal de que $BZ > 90°$ (fig. 165), también lo sería AZ, y por lo tanto a negativa y la distancia ortodrómica igual a $90° + a$.

El cambio de declinación y latitud es consecuencia de descomponer el triángulo de situación proyectando el Zenit sobre el círculo horario del astro; el ángulo Z que se obtiene es el que se forma en el astro (suplemento del paraláctico), pero el resultado de la tercera operación es siempre el complemento del tercer lado del triángulo, o sea la altura, y por ello sirve de comprobación, que conviene hacer.

Y ya sólo nos queda por indicar que cubriendo un sector de los cilindros en que no se lee en los índices va una tapa, sobre la que hay tablas para convertir tiempo en arco, donde se dan los valores de depresión y refracción y la paralaje en altura de la Luna en función de la horizontal.

Con las dimensiones de esta regla de 23 cm. de altura por un diámetro de 7, en la escala más apretada de cotangentes llega a apreciarse perfectamente 1′, y aunque los errores acumulados en todas las operaciones puedan hacer llegar el error final de altura a 3′ ó 4′, esta aproximación es más que suficiente en la navegación aérea. La facilidad y rapidez de su manejo hacen muy aconsejable el manejo en el aire de esta regla, que quizá aumentada algo de tamaño y precisión llegue algún día a adoptarse en la navegación marítima, con la ventaja de simplificar la cultura matemática hoy precisa al piloto mercante.

Es de advertir que con la colección de las tres proporciones I, II y III, se resuelve por cálculo logarítmico el triángulo de situación; tanto, que si se comparan éstas con las fórmulas que dimos en las páginas 330 y 331, veremos que el ángulo auxiliar φ no es otra cosa que $90° - y$, y que basta dividir la unidad por los términos de la fórmula que dimos (pág. 332) directamente del azimut para que nos salga la proporción II.

2. **Otros medios.** El doctor italiano Giuseppe Simeon es autor de un « Círculo calculador de altura y azimut » consistente en una regla de cálculo circular con escalas de log sec y log cosec, funciones circulares con que resuelve los triángulos rectángulos que vimos en la página 346. Con él se determinan sucesivamente la altura del triángulo, los dos catetos sobre el meridiano y la altura, y luego el azimut.

Análoga es la llamada « Line of Position computer » ideada por el americano Charles Lane Poor con escalas